ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ Ε.Π.Α.Λ. (ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1

α) Ορισμός σχολικού βιβλίου σελ. 64

β)
i) $\nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_\kappa = \nu$
ii) $f_1 + f_2 + ... + f_\kappa = 1$

Α2
α) Λ
β) Λ
γ) Σ
δ) Λ

Α3
α) $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$
β) $(\varepsilon\varphi x)' = \dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$
γ) $\int_\alpha^\beta \eta\mu x dx = [-\sigma\upsilon\nu x]_\alpha^\beta = -\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha = \sigma\upsilon\nu\alpha - \sigma\upsilon\nu\beta$

ΘΕΜΑ Β

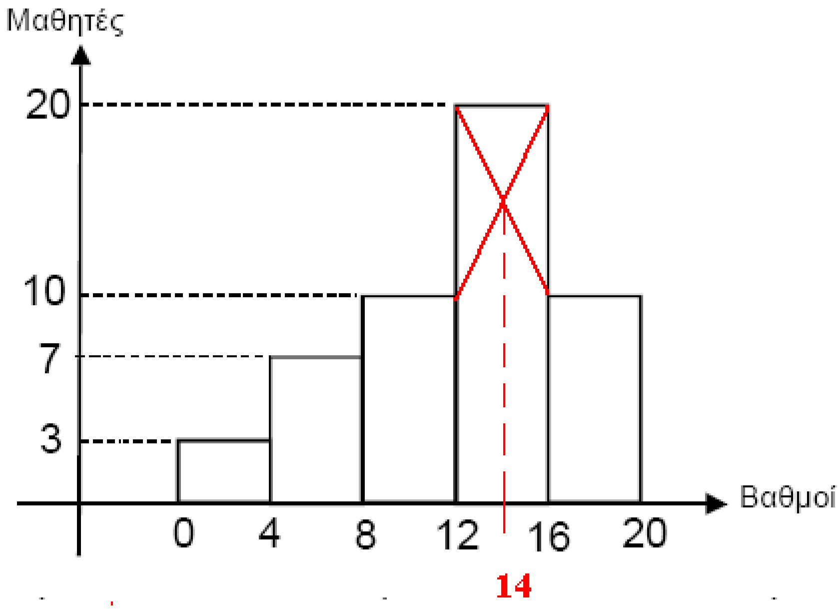
Β1.

[,)	ν_i	N_i	$f_i\%$	K_i	$K_i\nu_i$
[0,4)	3	3	6	2	6
[4,8)	7	10	14	6	42
[8,12)	10	20	20	10	100
[12,16)	20	40	40	14	280
[16,20)	10	50	20	18	180
Σύνολα	50	-	100	-	608

Β2.
$\bar{x} = \dfrac{\sum K_i \nu_i}{\nu} = \dfrac{608}{50} = \dfrac{1216}{100} = 12,16$

B3.
Το ποσοστό των μαθητών που έχουν τουλάχιστον 12 είναι: $f_4\% + f_5\% = 40 + 20 = 60\%$

B4.



ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad , \ x > 1$$

Γ1. $$f'(x) = \frac{(x+1)' \cdot (x-1) - (x+1)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{\cancel{x} - 1 - \cancel{x} - 1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Γ2. $$\int_2^3 \frac{-2}{(x-1)^2} dx = \int_2^3 f'(x) dx = \left[f(x) \right]_2^3 = f(3) - f(2) = 2 - 3 = -1$$

$$f(3) = \frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f(2) = \frac{2+1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$$

Γ3. Έχουμε $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$ και για κάθε $x>1$ έχουμε $f'(x)<0$ άρα f γνησίως φθίνουσα για κάθε $x>1$.

Έχουμε επίσης $2010<2011 \overset{f \text{ γνησίως φθίνουσα}}{\Rightarrow} f(2010)>f(2011)$

ΘΕΜΑ Δ

$f(x)=x^2+\alpha x+5$

Δ1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x-3)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-3}=\dfrac{2+2}{2-3}=\dfrac{4}{-1}=-4$

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

$\Delta=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6=25-24=1$

$x_{1,2}=\dfrac{5\pm 1}{2}=\left\langle\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right.$

Δ2.

$f(x)=x^2-4x+5$

$\Pi.O.=R$

$f'(x)=2x-4$

$f'(x)=0\Rightarrow 2x-4=0\Rightarrow 2x=4\Rightarrow x=2$

$f'(x)>0\Rightarrow 2x-4>0\Rightarrow 2x>4\Rightarrow x>2$

	$-\infty$	2	$+\infty$
f'(x)	−	0	+
f(x)	↘		↗

T.E.

Στο διάστημα $(-\infty,2]$ η f γνησίως φθίνουσα και στο $[2,+\infty)$ η f γνησίως αύξουσα.
Ακόμη στο σημείο $x_0=2$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο με τιμή
$f(2)=2^2-4\cdot 2+5=4-8+5=1$

Δ3. $f(x)=x^2-4x+5$

$\Delta=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 5=16-20=-4<0$ οπότε το τριώνυμο έχει πρόσημο για κάθε $x\in R$ ομόσημο του $\alpha=1>0$ δηλαδή $x^2-4x+5>0 \Rightarrow f(x)>0$ για κάθε $x\in R$.

Δ4.

$$E=\int_0^2 |f(x)|dx \overset{f(x)>0 \text{ για κάθε } x\in R}{=} \int_0^2 f(x)dx=\int_0^2 (x^2-4x+5)dx=\left[\frac{x^3}{3}-\cancel{4}^{2}\frac{x^2}{\cancel{2}}+5x\right]_0^2=\frac{2^3}{3}-2\cdot 2^2+5\cdot 2-0=$$

$$=\frac{8}{3}-8+10=\frac{8}{3}+\frac{2}{1}=\frac{14}{3}\text{ τ.μ.}$$

Επιμέλεια :

Μυλωνίδης Σ.
Τάνης Σ.