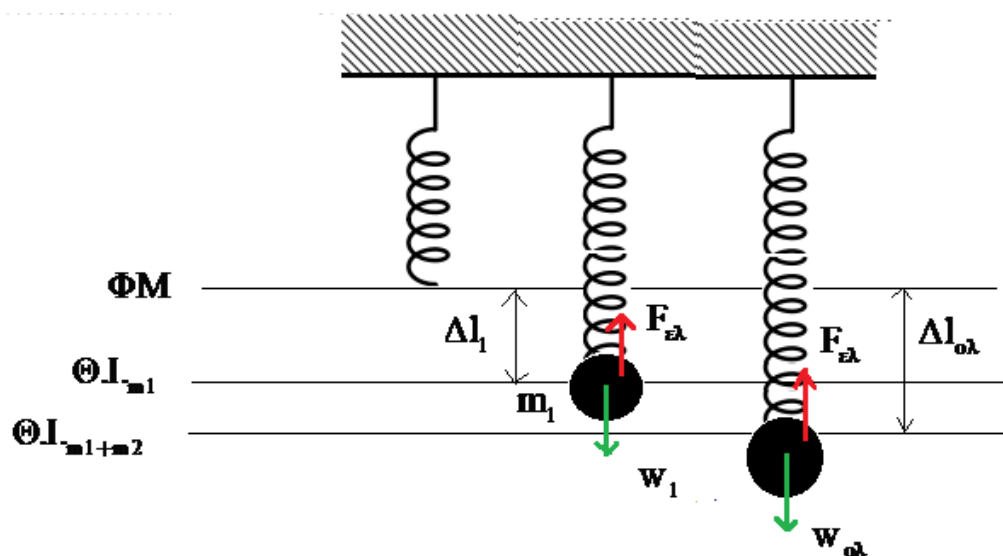


- A1) γ  
A2) β  
A3) γ  
A4) γ

- A5)  
α) Σ  
β) Λ  
γ) Σ  
δ) Λ  
ε) Λ

B1) Σωστό το β



$$\Sigma F_{\text{ολ}} = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta l_{\text{ολ}} \Rightarrow \Delta l_{\text{ολ}} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Στη ΘΙ του συστήματος  $k, m_1$

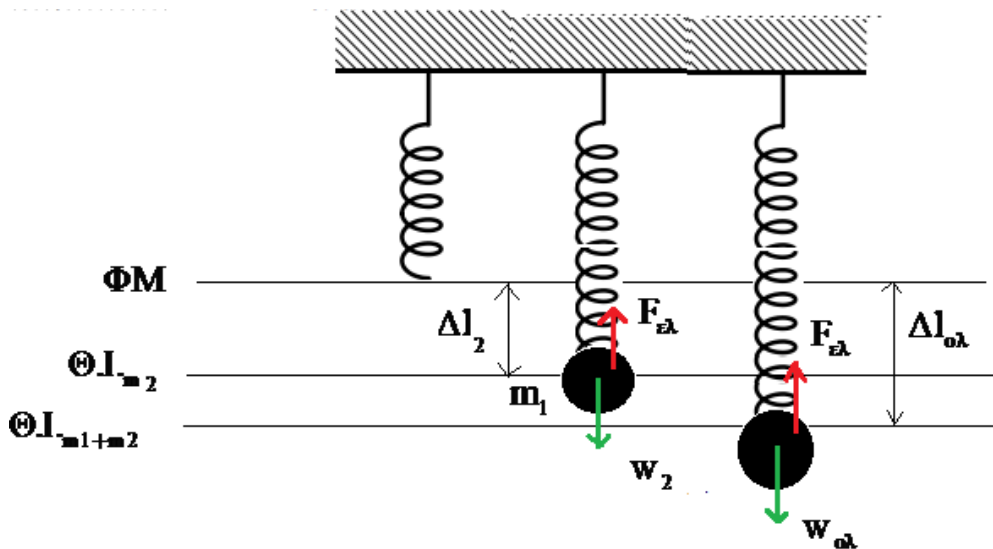
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\text{ελ}} = W_1 \Rightarrow k\Delta l_1 = m_1g \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1g}{k}$$

$$\Delta l_{\text{ολ}} - \Delta l_1 = A_1 = \frac{m_2g}{k}$$

$$E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}k \frac{m_2^2g^2}{k^2}$$

Ομοίως στην ΘΙ του συστήματος  $k, m_2$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = W_2 \Rightarrow K\Delta l_2 = m_2 g \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{m_2 g}{k}$$



$$\Delta l_{ολ} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{K}$$

$$\Delta l_{ολ} - \Delta l_2 = A_2 = \frac{m_1 g}{K}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} k \cdot \frac{m_1^2 \cdot g^2}{k^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k \frac{m_2^2 g^2}{k^2}}{\frac{1}{2} k \frac{m_1^2 g^2}{k^2}} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

B2.

Σωστό το α

$$\left. \begin{aligned} f_8 &= |f - f_1| \\ f_8 &= |f - f_2| \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\nearrow^{(1)} f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2 \text{ απορριπτεται}$$

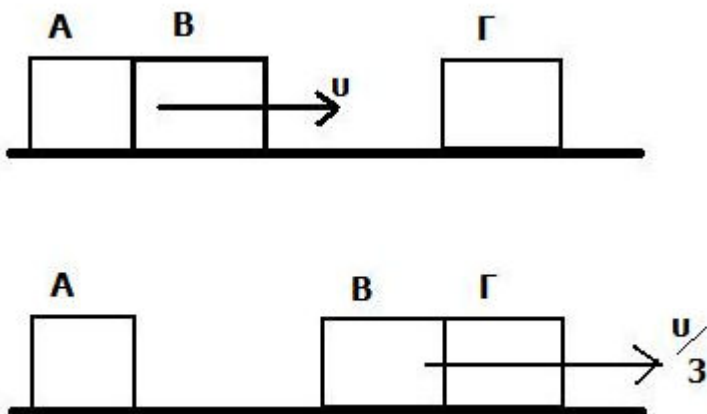
$$\searrow_{(2)} f - f_1 = -(f - f_2) \Rightarrow f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2f = f_1 + f_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

B3.

ΣΩΣΤΟ το α



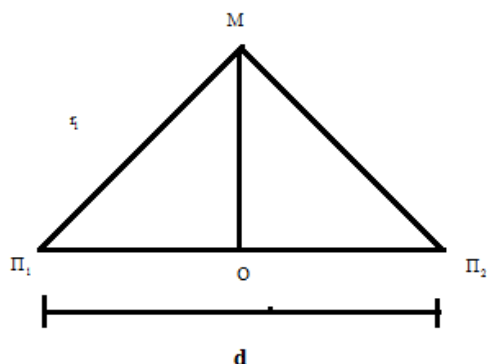
Α.Δ.Ο:

$$P_{\text{αρχ.ολ}} = P_{\text{τελ.ολ}} \Rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)u = (m_2 + 4m_1)\frac{u}{3} \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{m_2}{3} + \frac{4m_1}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 - \frac{m_2}{3} = \frac{4m_1}{3} - m_1 \Rightarrow \frac{2}{3}m_2 = \frac{1}{3}m_1 \Rightarrow 2m_2 = m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ



$$y_M = 0,2\eta\mu(10\pi t - 20\pi) \quad (1)$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

Γ1.

Μετά τη συμβολή

$$y_M = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda} \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi(r_1 + r_2)}{2\lambda}\right) \Rightarrow y_M = 2A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi 2r_1}{2\lambda}\right) \quad (2)$$

και  $r_1 = r_2$

με απλή σύγκριση (1) και (2)

$$2A = 0,2 \Rightarrow A = 0,1\text{m}$$

$$\frac{2\pi t}{T} = 10\pi t \Rightarrow T = 0,2\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = 5\text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

$$\frac{2\pi r_1}{\lambda} = 20\pi \Rightarrow 5r_1 = 20 \Rightarrow r_1 = (MP_1) = 4\text{m}$$

Γ2.

$$t_{1M} = \frac{r_1}{v} = 2\text{s}$$

$$t_{1O} = \frac{d/2}{v} = \frac{1}{4}\text{s}$$

$\Rightarrow$  Η χρονική διαφορά που φτάνουν τα κύματα στα σημεία Μ και Ο είναι:  $\Delta t = \frac{7}{4}\text{s}$

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\phi = 10\pi \frac{7}{4} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{35\pi}{2} \text{ rad}$$

Εναλλακτικά

μετά τη συμβολή η εξίσωση ταλάντωσης του Ο είναι:

$$y_0 = 0,2\eta\mu\left(10\pi t - \frac{5\pi}{2}\right), t \geq \frac{1}{4}\text{sec}$$

άρα η διαφορά φάσης σε στιγμή  $t \geq 2\text{sec}$  που ταλαντώνονται και τα 2 σημεία θα

$$\text{είναι } \Delta\phi = 20\pi - \frac{5\pi}{2} = \frac{35\pi}{2}\text{ rad}$$

Γ3.

Μέγιστο πλάτος : ενίσχυση άρα

$$\text{Στην ευθεία Π1Π2 είναι } \left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = k\lambda = 0,4k \\ r_1 + r_2 = d = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (+) \\ \Rightarrow 2r_1 = 0,4k + 1 \Rightarrow r_1 = 0,2k + \frac{1}{2} \end{array}$$

όπου  $r_1$  οι αποστάσεις πάνω στην Π1Π2 όπου έχουμε ενισχύσεις

Ανάμεσα στις πηγές:

$$0 \leq r_1 \leq d$$

$$0 \leq 0,2k + \frac{1}{2} \leq 1$$

$$-\frac{1}{2} \leq 0,2k \leq \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{5}{2} \leq k \leq \frac{5}{2} \\ k \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Επαληθεύεται για  $k=-2, k=-1, k=0, k=1, k=2$  άρα 5 σημεία ενίσχυσης.

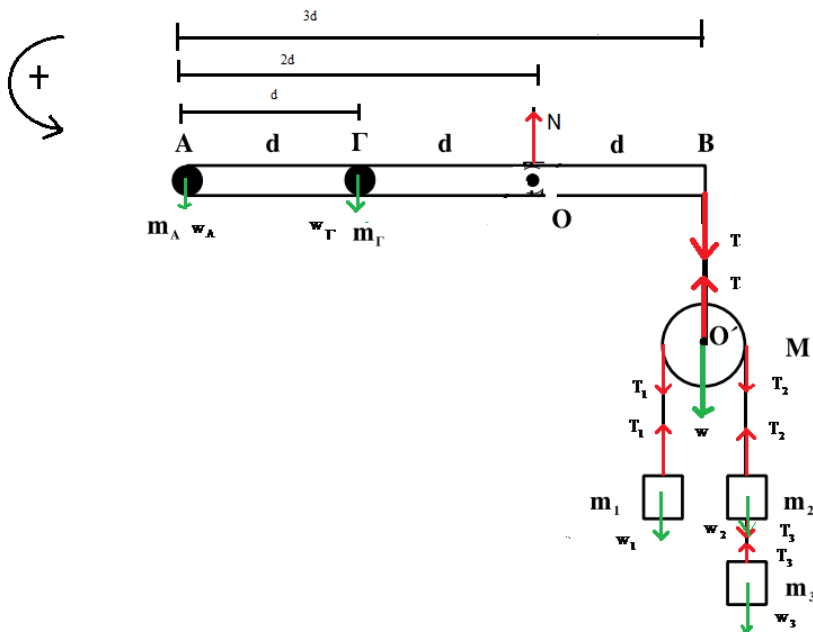
Γ4)  $\Delta t_1 : 0 \leq t < 2\text{s}$   $y_M = 0$  (δεν έχει φτάσει κανένα κύμα)

$\Delta t_2 : 2\text{s} \leq t \leq 2,5\text{s}$   $y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 10\pi)$ , εκτελεί  $N = \frac{\Delta t_2}{T} = 2,5$  ταλ.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω ότι η ράβδος ισορροπεί στην οριζόντια θέση:



$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow w_A(OA) + w_{\Gamma}(O\Gamma) - T(OB) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{w_A \cdot 2d + w_{\Gamma}d}{d} \Rightarrow T = 2m_A g + m_{\Gamma} g = 80 \text{ N}$$

Εφόσον το σύστημα τροχαλίας  $m_1, m_2, m_3$  ισορροπεί μεταφορικά και στροφικά ισχύουν :

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_1 R - T_2 R = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

και

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T' + T_1 + T_2 + T_3 - w_{\tau p} - w_1 - w_2 - w_3 - T_1 - T_2 - T_3 = 0$$

$$T' = w_{\tau p} + w_1 + w_2 + w_3 = 40 + 20 + 10 + 10 = 80 \text{ N}$$

Συνεπώς  $T' = T$ , ισχύει από το αξίωμα δράσης αντίδρασης άρα το σύστημα ισορροπεί  
Εναλλακτικά

Αφού το σύστημα τροχαλίας  $m_1, m_2, m_3$  ισορροπεί μεταφορικά και στροφικά ισχύουν :

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_1 R - T_2 R = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

και

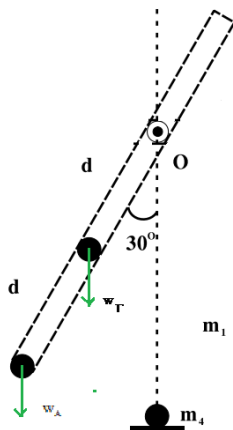
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T' + T_1 + T_2 + T_3 - w_{\tau p} - w_1 - w_2 - w_3 - T_1 - T_2 - T_3 = 0$$

$$T' = w_{\tau p} + w_1 + w_2 + w_3 = 40 + 20 + 10 + 10 = 80 \text{ N}$$

Συνεπώς στη ράβδο

$$\Sigma \tau_{(O)} = w_A(OA) + w_{\Gamma}(O\Gamma) - T(OB) = w_A \cdot 2d + w_{\Gamma}d - Td = 20 + 60 - 80 = 0 \text{ άρα ισορροπεί}$$

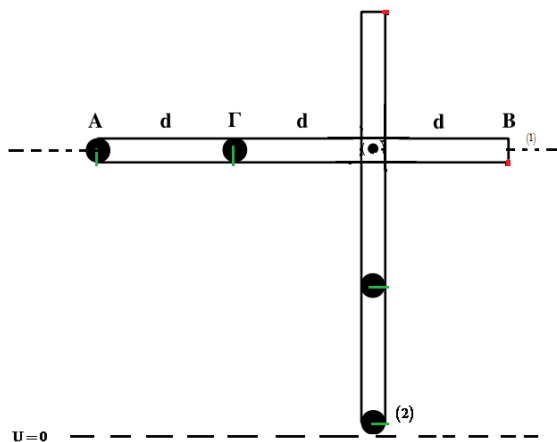
Δ2.



$$I_{(0)} = m_{\Gamma} \cdot d^2 + m_A \cdot 4d^2 = 10 \text{kgm}^2$$

$$\alpha_{\gamma} = \frac{\Sigma \tau_{(0)}}{I_{(0)}} = \frac{w_{\Gamma} \cdot d \cdot \eta \mu 30^0 + w_A \cdot 2d \cdot \eta \mu 30^0}{m_{\Gamma} d^2 + m_A 4d^2} = \frac{30 + 10}{10} = \frac{40}{10} = 4 \text{rad/s}^2$$

Δ3.



Επειδή ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις εφαρμόζουμε

$$\cancel{K_1}^0 + U_{ολ(1)} = K_2 + U_{ολ(2)} \Rightarrow m_A g 2d + m_{\Gamma} g 2d = \frac{1}{2} I_{(0)} \omega^2 + m_{\Gamma} g d$$

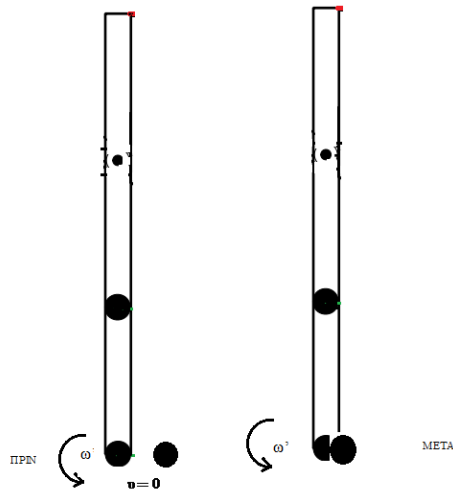
$$\Rightarrow \omega = 4 \text{rad/sec}$$

Επειδή κατά την κρούση  $\Sigma \tau_{\epsilon\xi} = 0$  εφαρμόζουμε

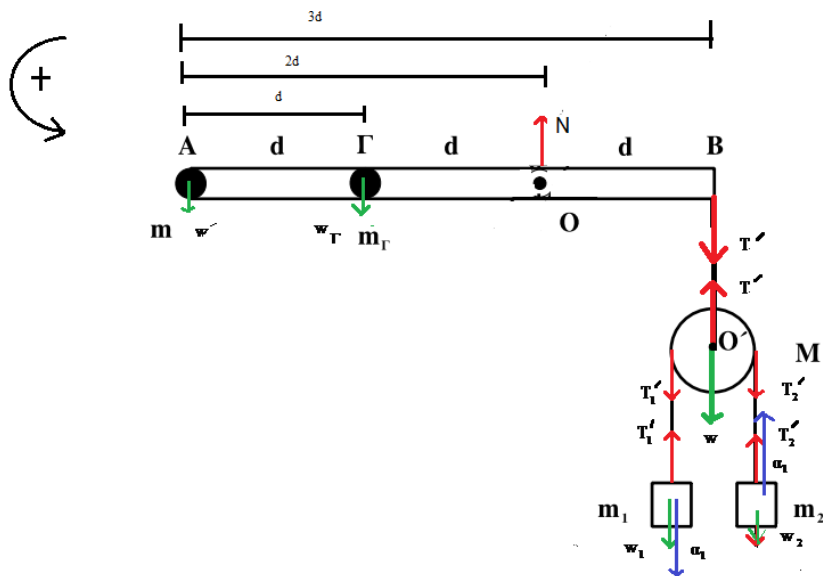
$$I_{(0)} \cdot \omega + 0 = I'_{(0)} \cdot \omega' \quad \left| \Rightarrow 10 \cdot 4 = 30\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4}{3} \text{ rad/s} \right.$$

$$I'_{(0)} = m_{\Gamma} d^2 + (m_A + m_4) \cdot 4d^2 = 30 \text{ kgm}^2$$

$$v_A = \omega' \cdot 2d = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$



Δ4.



$$2^{\text{ος}} \text{ ΝΝ } m_1 : \Sigma F = m_1 \alpha_1 \Rightarrow m_1 g - T'_1 = m_1 \alpha_1 (1)$$

$$2^{\text{ος}} \text{ ΝΝ } m_2 : \Sigma F = m_2 \alpha_1 \Rightarrow T'_2 - 10 = m_2 \alpha_1 (2)$$

$$\alpha_{\gamma} = \frac{\alpha_1}{R}$$

ΘΝΣΚ στην τροχαλία  $\Sigma\tau_0 = I_{(0)}\alpha_\gamma \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_1'R - T_2'R = \frac{MR^2}{2}\alpha_\gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1' - T_2' = 2\alpha_1(3)$$

Από(1),(2),(3)

$$\alpha_1 = 2\text{m/s}^2$$

και

$$T_2' - 10 = 2$$

$$T_2' = 12\text{N}$$

$$20 - T_1' = 4$$

$$T_1' = 16\text{N}$$

επειδή η τροχαλία ισορροπεί μεταφορικά στον άξονα  $y'y$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T' - W_{\text{τρ}} - T_1' - T_2' = 0$$

$$\Rightarrow T' = 68\text{N}$$

Από την ισορροπία της ράβδου

$$\Sigma\tau_0 = 0 \Rightarrow T'd - m_\Gamma gd - w_x 2d = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 68d - 60d - w_x 2d = 0$$

$$\Rightarrow 68 - 60 = 2w_x \Rightarrow 8 = 2w_x$$

$$\Rightarrow w_x = 4\text{N} \Rightarrow m_x g = 4 \Rightarrow m_x = 0,4\text{kg}$$

**Επιμέλεια**

**Αγγελής Γιάννης**

**Δοξόπουλος Κώστας**

**Πετρίδης Δημήτρης**