



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727-222594  
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113-949422  
[www.syghrono.gr](http://www.syghrono.gr)

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 1-11-15

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δίνονται τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  με  $x_1 \neq x_2$ . Να γράψετε συναρτήσει των  $x_1, y_1$ :

**α)** τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  του  $AB$ .

**β)** τις συντεταγμένες του  $\overline{AB}$ .

**γ)** το  $|\overline{AB}|$

**δ)** τον συντελεστή διεύθυνσης του  $\overline{AB}$ .

Μονάδες 8

**A2.** Έστω δύο σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$ . Να δείξετε ότι:  $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ .

Μονάδες 6

**A3.** Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ , να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ .

Μονάδες 6

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστό ή Λάθος:

α) Ισχύει ότι  $\overline{OB} + \overline{OA} = \overline{AB}$  για κάθε τυχαίο σημείο  $O$ .

β) Αν  $\overline{AB} = \overline{\Delta\Gamma}$  τότε το  $AB\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Αν  $M$  μέσο του  $\overline{KL}$  τότε  $\overline{KM} = \overline{LM}$ .

δ) Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  τότε  $\overline{BA} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ .

ε) Ισχύει ότι  $\overline{AB} + \overline{BP} + \overline{PA} = \vec{0}$

**ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Θεωρούμε τα διανύσματα  $\overrightarrow{PA} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} - \vec{\gamma}$ ,  $\overrightarrow{PB} = 6\vec{\alpha} - 4\vec{\beta} + 5\vec{\gamma}$  και  $\overrightarrow{PG} = 18\vec{\alpha} - 25\vec{\beta} + 23\vec{\gamma}$  όπου  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  είναι μη μηδενικά διανύσματα. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.
- B2.** Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ με  $\overrightarrow{AB} = 4\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ ,  $\overrightarrow{BΓ} = 14\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ ,  $\overrightarrow{AD} = 8\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  όπου  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  μη μηδενικά διανύσματα. Αν Μ είναι το μέσο του ΔΒ, να αποδείξετε ότι τα σημεία A, Μ, Γ είναι συνευθειακά.
- B3.** Θεωρούμε τα μη παράλληλα και μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{u} = 3\vec{\alpha} + 5\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - 10\vec{\beta}$  δεν είναι παράλληλα.
- B4.** Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με  $A(4, -2)$ ,  $B(-3, 8)$  και  $\Gamma(-5, -6)$ . Να βρείτε τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BΓ}$  και  $\left| 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BΓ} \right|$ .

Μονάδες 7+6+7+5

**ΘΕΜΑ Γ**

- Γ1.** Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα σημεία Μ, Ν με  $4\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AΓ} - 3\overrightarrow{AB}$  και  $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AΓ} + \frac{\overrightarrow{ΓB}}{2}$ . Να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ και Ν ταυτίζονται.
- Γ2.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = x\vec{i} + y\vec{j}$  και  $\vec{\beta} = (y-2)\vec{i} + (x+6)\vec{j}$ , με  $x, y \in \mathbb{R}$  για τα οποία ισχύει:  $2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta} = (-7, -6)$ .
- α)** Να αποδείξετε ότι  $x = -2$  και  $y = 3$ .
- β)** Να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = -10\vec{i} + 4\vec{j}$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .
- Γ3.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\lambda, \lambda - 5)$  και  $\vec{\beta} = (\lambda - 3, 6)$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τα οποία ισχύει ότι:  $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \sqrt{5}$ .
- α)** Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 1$ .
- β)** Θεωρούμε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = 4\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ .
- ι)** Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  με τον άξονα  $x'x$ .

ii) Να βρείτε τον  $\kappa \in \mathbb{R}$  ώστε το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (\kappa, \kappa - 6)$  να είναι παράλληλο στο  $\vec{\gamma}$ .

Μονάδες 8+7+5+5

### ΘΕΜΑ Δ

Στο καρτεσιανό επίπεδο Οxy θεωρούμε τα σημεία A, B, Γ για τα οποία ισχύουν:

$$\vec{OA} = 3\vec{j}, \vec{OB} = -2\vec{i} - 3\vec{j} \text{ και } \vec{B\Gamma} = 10\vec{i} + 2\vec{j}.$$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ έχουν συντεταγμένες  $A(0,3)$ ,  $B(-2,-3)$  και  $\Gamma(8,-1)$ .

**Δ2.** Να βρείτε ποια σημεία του άξονα y'y απέχουν από το μέσο M του BΓ απόσταση ίση με 5.

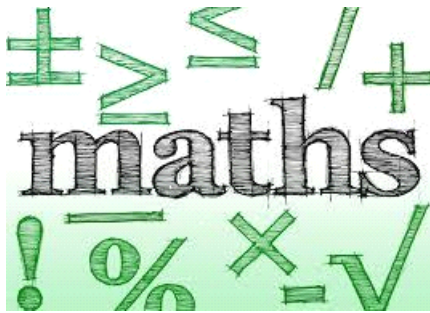
**Δ3.** Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε το τετράπλευρο ABΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο.

**Δ4.** Θεωρούμε επίσης σημείο E ώστε να ισχύει  $4\vec{BE} = 3\vec{B\Gamma} - \vec{AB}$ .

i) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του σημείου E είναι  $E(6,0)$ .

ii) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, Γ, E είναι συνευθειακά.

Μονάδες 5+6+6+8



# ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ