

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
04 / 01 / 2014

ΘΕΜΑ 1°

A.

1. Να αποδείξετε ότι για τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ με συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{a}}$ και $\lambda_{\vec{\beta}}$ αντίστοιχα, ισχύει $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{a}} = \lambda_{\vec{\beta}}$

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι για τα σημεία του επιπέδου $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ η απόσταση (AB) δίνεται από τη σχέση $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Μονάδες 5

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό ή Λάθος**

1. Το διάνυσμα $\vec{a} = (2, 0)$ είναι παράλληλο στον άξονα $x'x$
2. Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$ τότε τα \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι αντίροπα
3. Αν ισχύει $\overline{AM} = \overline{BM}$ τότε το M μέσο του \overline{AB}
4. Τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά όταν ισχύει $\kappa \cdot \overline{AB} = \lambda \cdot \overline{AG}$ με $\kappa, \lambda \neq 0$
5. Αν ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{a} // \vec{\beta}$
6. Αν για τις ευθείες ε_1 και ε_2 ισχύει $\lambda_{\varepsilon_1} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} = -1$, τότε οι ευθείες είναι παράλληλες
7. Το διάνυσμα $\vec{a} = (-1, 1)$ σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$
8. Το διάνυσμα $\vec{a} = (\kappa, -1)$ είναι κάθετο στην ευθεία $\varepsilon: y = \kappa x + 2014$
9. Για την ευθεία $\varepsilon: y = -2$ διέρχεται από τα σημεία $A(-2, -1)$ και $B(-2, 1)$
10. Αν για την ευθεία (ε) ισχύει $\lambda_{\varepsilon} < 0$ τότε η ευθεία σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$

Μονάδες 10

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1. Τα διανύσματα $\vec{a} = (0, -1)$ και $\vec{\beta} = (-1, 0)$ είναι :

A. ομόρροπα

B. κάθετα

Γ. έχουν γωνία 45°

Δ. αντίρροπα

2. Μια ευθεία παράλληλη στην $\varepsilon_1 : y = 3$ που διέρχεται από το $A(-1, 2)$ είναι η :

- A. $y = -x + 2$ B. $y = -1$ Γ. $y = 2x$ Δ. $y = 2$

3. Το διάνυσμα $\vec{u} = (\alpha^2 - 1, \alpha - 1)$ είναι παράλληλο στον άξονα $y'y$ όταν :

- A. $\alpha = 1$ B. $\alpha = -1$ Γ. $\alpha \neq 1$ και $\alpha \neq -1$ Δ. για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η πλευρά $B\Gamma$ έχει εξίσωση $B\Gamma : y = -2x + 1$, τότε το ύψος $A\Delta$ μπορεί να έχει εξίσωση

- A. $y = -\frac{1}{2}x + 1$ B. $y = \frac{1}{2}$ Γ. $y = \frac{1}{2}x + 1$ Δ. $y = 2x$

5. Η απόσταση του σημείου $A(-1, -1)$ από την αρχή των αξόνων είναι ίση με :

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 Γ. 2 Δ. -1

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει ότι $|\vec{\alpha}| = 1$ και $|\vec{\beta}| = 5$ και επίσης

$$(\vec{\alpha} - 2\vec{\beta})(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = -46$$

α) Να υπολογιστεί το $\text{συν}(\hat{\vec{\alpha}}, \hat{\vec{\beta}})$

Μονάδες 5

β) Θεωρούμε επίσης τα διανύσματα $\vec{v} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{u} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$. Να βρεθεί η γωνία των $(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}})$

Μονάδες 5

B. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν :

$$\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha} = \frac{2}{3}\vec{\beta} \quad \text{και} \quad \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta} = \frac{3}{4}\vec{\alpha}$$

α) Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = \frac{2\sqrt{2}}{3}|\vec{\beta}|$

Μονάδες 5

β) Να βρείτε την γωνία των $(\hat{\vec{\alpha}}, \hat{\vec{\beta}})$

Μονάδες 5

Γ. Αν ισχύει $\vec{\alpha} \neq \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ να δείξετε ότι $\text{προβ}_{\vec{\alpha}-\vec{\beta}} \vec{\alpha} + \text{προβ}_{\vec{\alpha}-\vec{\beta}} \vec{\beta} = \vec{0}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}|=6$ και $|\vec{\beta}|=4$ για τα οποία ισχύει ότι

$$(2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta})(\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}) = -24$$

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι κάθετα

Μονάδες 5

β) Θεωρούμε διάνυσμα $\vec{\gamma}$ τέτοιο ώστε $\vec{\gamma} // (2\vec{\alpha} + \sqrt{3}\vec{\beta})$ και $(\vec{\gamma} + 3\vec{\beta}) \perp (4\sqrt{3}\vec{\alpha} - 9\vec{\beta})$. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Μονάδες 5

B. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = ax + 5 - 2a$ η οποία διέρχεται από το σημείο $A(1, 4a - 5)$

α) Να δείξετε ότι $a = 2$

Μονάδες 5

β) Να βρείτε την ευθεία (ζ) που είναι παράλληλη στην (ε) και τέμνει τον $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -3 .

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε το συμμετρικό B του σημείου A ως προς την ευθεία (ζ)

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $|\vec{\alpha}|=1$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -4$. Θεωρούμε επίσης το διάνυσμα $\vec{\nu}$ για το οποίο ισχύει $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\nu}) \cdot \vec{\nu} = 8\text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\nu} + 4\vec{\beta}$

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\nu} = 4$

Μονάδες 3

β) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\nu}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Μονάδες 3

γ) Αν επιπλέον ισχύει $\vec{\nu} \cdot (\vec{\alpha} - \vec{\beta}) = -28$ να βρεθεί η γωνία των $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \right)$

Μονάδες 3

B. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή $A(-3, 3)$ και η μια πλευρά του βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση $y = x - 2$

α) Να δείξετε ότι η πλευρά $B\Gamma$ έχει εξίσωση $y = x - 2$

Μονάδες 3

β) Αν $A\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του Δ είναι $\Delta(1, -1)$

Μονάδες 3

Αν επιπλέον η διάμεσος ΓΜ βρίσκεται πάνω ευθεία $y = \frac{5x+10}{9}$

γ) Να δείξετε ότι το σημείο Γ είναι το $\Gamma(7, 5)$ και η εξίσωση της πλευράς ΑΓ είναι $y = \frac{x+18}{5}$

Μονάδες 3

δ) Να δείξετε ότι το σημείο Β είναι το $B(-1, -3)$ και η εξίσωση της πλευράς ΑΒ είναι $y = -3x - 6$

Μονάδες 3

ε) Να βρείτε το ορθόκεντρο (σημείο τομής των υψών) του τριγώνου ΑΒΓ

Μονάδες 3

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

ΚΑΛΗ ΧΡΟΝΙΑ