



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ 03 / 01 / 2014**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να γράψετε τους ορισμούς :

α. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα

Μονάδες 4

β. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο x_0

Μονάδες 4

B. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x$ είναι η $f'(x) = 1$

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, $\ell > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f^v(x) = \ell^v$

2. Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ τότε η f λέγεται συνεχής στο σημείο x_0

3. Αν είναι $f'(x) > 0$ για κάθε x εσωτερικό σημείο του Δ τότε η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

4. Το κέντρο x_i της κλάσης $[\alpha, \beta)$ είναι $x_i = \beta - \alpha$

5. Σε ένα δείγμα n παρατηρήσεων που έχουν ταξινομηθεί σε αύξουσα σειρά, η διάμεσος είναι πάντοτε η μεσαία παρατήρηση.

6. Το διάγραμμα γίνεται μόνο για ποσοτικές διακριτές μεταβλητές

7. Το εμβαδό που σχηματίζει το πολύγωνο συχνοτήτων με τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος n

Μονάδες 7

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \ln(4 - x^2)$ είναι το :

A. $A = [-2, 2]$ **B.** $A = (-2, 2)$ **Γ.** $A = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ **Δ.** $A = \mathbb{R}$

2. Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f'(2) = 0$ τότε στο σημείο $x_0 = 2$

A. Η f έχει τοπικό μέγιστο στο $x_0 = 2$

B. Η f δεν είναι συνεχής στο $x_0 = 2$

Γ. Η f δεν ορίζεται στο $x_0 = 2$

Δ. Η εφαπτομένη της f είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ στο $x_0 = 2$

3. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $M(\alpha, 10)$ τότε ισχύει

A. $f'(\alpha) = 10$ **B.** $f(10) = \alpha$ **Γ.** $f(\alpha) = 10$ **Δ.** $f'(10) = \alpha$

4. Η διάμεσος των παρατηρήσεων $2, 0, 4, 4$ είναι ίση με

A. $\delta = 2$ **B.** $\delta = 3$ **Γ.** $\delta = 4$ **Δ.** $\delta = 0$

5. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \frac{5}{x}$, $x \neq 0$ είναι ίση με :

A. $f'(x) = \frac{1}{5}$ **B.** $f'(x) = \frac{5}{x^2}$ **Γ.** $f'(x) = -\frac{5}{x^2}$ **Δ.** $f'(x) = \frac{1}{5x^2}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Σε ένα στρατόπεδο υπηρετούν συνολικά 50 φαντάροι, ο καθένας από τους οποίους έχει βάρος τουλάχιστον 60 Kgr και το πολύ 110 Kgr. Επίσης γνωρίζουμε ότι :

- 4 στρατιώτες έχουν βάρος μικρότερο από 70 Kgr
- Το 24 % των στρατιωτών έχουν βάρος μικρότερο των 80 Kgr
- Η γωνία του κυκλικού διαγράμματος που αντιστοιχεί στους στρατιώτες με βάρος τουλάχιστον 90 Kgr και το πολύ 100 Kgr είναι 72°
- Το 16 % των στρατιωτών έχουν βάρος τουλάχιστον 100 Kgr

α) Να ομαδοποιήσετε τα βάρη των στρατιωτών σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και να παραστήσετε τα δεδομένα σε έναν πίνακα κατανομής συχνοτήτων (v_i, f_i, N_i, F_i)

Μονάδες 5

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε το μέσο βάρος

Μονάδες 5

δ) Να βρείτε το ποσοστό των στρατιωτών που έχουν βάρος το πολύ 84 Kgr

Μονάδες 5

ε) Στο 20 % των στρατιωτών με το μεγαλύτερο βάρος θα γίνει προληπτικά μια εξέταση αίματος.

Πόσα τουλάχιστον κιλά πρέπει να είναι το βάρος ενός στρατιώτη ώστε να κάνει την εξέταση

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + \alpha x$, $\alpha \in \mathbb{R}$

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x'

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -1$

Μονάδες 2

β) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα

Μονάδες 2

γ) Αν $\alpha > \beta > 1$ να αποδείξετε ότι $\ln \frac{\alpha}{\beta} < \alpha - \beta$

Μονάδες 2

δ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της f όταν το $x = e$

Μονάδες 2

ε) Να αποδείξετε ότι ο συντελεστής διεύθυνσης της f δεν παρουσιάζει ακρότατο

Μονάδες 2

στ) Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + f''(x) + 1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}$

Μονάδες 2

B. Οι καθηγητές του Φροντιστηρίου " σύγχρονο " εκτός από το να προβλέπουν τα θέματα των πανελλαδικών εξετάσεων, μπήκαν το τελευταίο διάστημα σε έναν νέο πειρασμό. Προσπαθούν να προβλέψουν αγώνες ποδοσφαίρου. Έτσι αμερόληπτα καταγράφουν τι θα συμβεί στον επαναληπτικό αγώνα κυπέλου ΠΑΟΚ - ΗΡΑΚΛΗΣ στο γήπεδο της Τούμπας στις 22/01/2014. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα 120 λεπτά του αγώνα (μαζί με την παράταση) και με τη βοήθεια της στατιστικής υπηρεσίας των επίσης αμερόληπτων μαθητών του Φροντιστηρίου "σύγχρονο" κατέγραψαν τις ευκαιρίες για την επίτευξη γκολ που πρόκειται να συμβούν και για τις δυο ομάδες.

Χρόνος [,)	Κεντρική τιμή x_i	Ευκαιρία για γκολ ΗΡΑΚΛΗ v_i	Ευκαιρία για γκολ ΠΑΟΚ v_i
0 - 20		Θέση ακροτάτου της $g(x)$	1
20 - 40		$3 + f'(1)$	2
40 - 60		$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - g''(x)}{g'(x)}$	1
60 - 80		10	$\frac{1}{4}g(1)$
80 - 100		$\frac{1}{3\sqrt{5}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\sqrt{5} - \sqrt{x+5}}$	2
100 - 120		$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) \cdot \eta \mu \frac{\pi x}{2}}{1 - x^2} + 5$	$f(2) - 3$
Σύνολο			

Όπου οι συναρτήσεις $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ και $g(x) = x^2 - 2 \ln x + 7$, $x > 0$

α) Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
Μονάδες 4

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων της ομάδας του ΗΡΑΚΛΗ
Μονάδες 3

γ) Αν το παιχνίδι τελείωνε στην κανονική διάρκεια (90 λεπτά) να βρείτε πόσες ευκαιρίες για γκολ θα είχε η ομάδα του ΗΡΑΚΛΗ
Μονάδες 3

δ) Να βρείτε πόσες ευκαιρίες για γκολ είχαν συνολικά και οι δυο ομάδες από το 70 λεπτό και μετά
Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4ο

A. Εξετάσαμε ένα δείγμα 25 συνδρομητών μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας ως προς το πλήθος των κλήσεων που πραγματοποίησαν κατά την διάρκεια μιας ημέρας. Ορισμένα από τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πλήθος κλήσεων x_i	Πλήθος συνδρομητών v_i	f_i %	N_i	F_i %
2		16		
3			10	
4	5			60
5			22	
6		8		
7	1			
Σύνολο				

α) Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον πίνακα
Μονάδες 3

β) Να βρείτε τη μέση τιμή του πλήθους των κλήσεων
Μονάδες 3

γ) Να βρείτε τη διάμεσο των κλήσεων
Μονάδες 3

δ) Στο παραπάνω δείγμα προστίθενται v συνδρομητές οι οποίοι έχουν μέση όρο πλήθους κλήσεων ίσο με 6. Έτσι η μέση τιμή του πλήθους των κλήσεων όλων των συνδρομητών μαζί γίνεται ίση με 5,5. Να βρεθεί το πλήθος v των συνδρομητών που προστέθηκαν
Μονάδες 4

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία

Μονάδες 2

β) Να προσδιορίσετε τις θέσεις και το είδος των τοπικών ακροτάτων της f

Μονάδες 2

Αν το τοπικό μέγιστο και το τοπικό ελάχιστο της f έχουν άθροισμα ίσο με 6

γ) Να αποδείξετε ότι το $\lambda = 5$

Μονάδες 2

δ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + f'(x) + f''(x)}{\sqrt{x^2 + 3} - 2x}$

Μονάδες 3

ε) Να βρείτε τις εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της f που είναι παράλληλες στην ευθεία $\zeta : y = 9x - 2014$

Μονάδες 3

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

ΚΑΛΗ ΧΡΟΝΙΑ !!!!