



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594  
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422  
[www.syghrono.gr](http://www.syghrono.gr)

ΕΠΩΝΥΜΟ: .....

ΟΝΟΜΑ: .....

ΤΜΗΜΑ: .....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: .....

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 16/02/2014

### ΘΕΜΑ 1ο

**A.** Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - \rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ , δηλαδή αν  $P(\rho) = 0$ .

**Μονάδες 10**

**B.** Να επιλέξετε Σ για σωστή ή Λ για λάθος για καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Ισχύει ότι  $\text{csc}\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega$

2. Το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x + \rho$  αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$

3. Η εξίσωση  $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 3 = 0$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  δεν μπορεί να έχει ρίζα το 2.

4. Οι αντίθετες γωνίες έχουν αντίθετο συνημίτονο.

5. Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της όταν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

6. Ισχύει η ισοδυναμία  $\varepsilon\phi x = \varepsilon\phi\theta \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi + \theta$

7. Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει βαθμό  $\mu$  και το  $Q(x)$  έχει βαθμό  $\nu$  τότε το πολυώνυμο  $P(x) \cdot Q(x)$  έχει βαθμό  $\mu + \nu$ .

8. Για το μηδενικό πολυώνυμο  $P(x) = 0$  δεν ορίζεται βαθμός.

9. Αν σε μια διαίρεση είναι  $\upsilon(x) = 0$  τότε το υπόλοιπο είναι μηδενικού βαθμού.

10. Αν  $f(x) \leq f(x_0)$  για κάθε  $x_0$  τότε στο  $x_0$  η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο.

**Μονάδες 10**

**Γ.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Αν  $P(x) = \kappa^2 x^3 - 3\kappa x^2 + \kappa x + 1$  διαιρείται με το  $x - 1$  τότε το  $\kappa$  είναι:

A.  $\kappa = 0$                       B.  $\kappa = -1$                       Γ.  $\kappa = 1$                       Δ.  $\kappa = -2$

2. Οι λύσεις της εξίσωσης  $\eta \mu x = 0$  είναι:

A.  $x = 2\kappa\pi, \kappa \in \mathbf{Z}$                       B.  $x = 2\kappa\pi + \pi, \kappa \in \mathbf{Z}$                       Γ.  $x = \kappa\pi, \kappa \in \mathbf{Z}$                       Δ.  $x = \kappa\pi + \frac{\pi}{2}$

3. Η εξίσωση  $2\eta\mu^2 x + 3\eta\mu x - 2 = 0$  έχει λύσεις:

A.  $x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$  ή  $x = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}$                       B. αδύνατη                      Γ.  $x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$                       Δ.  $x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{6}$

4. Το  $P(x) = (\lambda^4 - 4\lambda^2)x^3 + (\lambda^2 + 2\lambda)x + (\lambda^3 + 8)$  είναι μηδενικό πολυώνυμο όταν:

A.  $\lambda = 2$                       B.  $\lambda = -2$                       Γ.  $\lambda = 0$                       Δ.  $\lambda = 1$

### **ΘΕΜΑ 2ο**

**A.** Έστω το πολυώνυμο  $P(x) = (\lambda^3 - \lambda^2 - 6\lambda)x^3 + (\lambda^3 - 9\lambda)x^2 + 12 - 4\lambda$ .

Να βρεθεί ο βαθμός του για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbf{R}$ .

**Μονάδες 7**

**B.** Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{\eta\mu(27\pi + x)\sigma\upsilon\nu(26\pi - x)}{\sigma\varphi\left(\frac{21\pi}{2} + x\right)\varepsilon\varphi\left(\frac{37\pi}{4}\right)}$

**i)** Να δείξετε ότι  $A = \sigma\upsilon\nu^2 x$

**Μονάδες 5**

**ii)** Αν  $A = \frac{16}{25}$  και  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ , να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$

**Μονάδες 4**

**Γ.**

**i)** Να απλοποιήσετε την παράσταση:  $f(x) = (\eta\mu x + 2\sigma\upsilon\nu x)^2 + (2\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 + 4\eta\mu x$

**Μονάδες 5**

**ii)** Αν  $f(x) = 5 + 4\eta\mu x$ , να βρείτε τα ακρότατα και την περίοδο της συνάρτησης  $f(x)$

**Μονάδες 4**

### ΘΕΜΑ 3

**A.** Δίνεται πολυώνυμο  $Q(x)$  για το οποίο ισχύει:  $(x-3)Q(x) = 2x^3 - 4x^2 - 8x + 6$

**i)** Να αποδείξετε ότι  $Q(x) = 2x^2 + 2x - 2$ .

**Μονάδες 5**

**ii)** Να λύσετε την εξίσωση  $Q(\eta\mu x) = -2$

**Μονάδες 5**

**iii)** Να προσδιορίσετε τις λύσεις της εξίσωσης του προηγούμενου ερωτήματος στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$

**Μονάδες 5**

**B.** Δίνεται το πολυώνυμο:  $P(x) = \lambda x^3 + (\lambda - \mu)x^2 - 4\lambda x + 3$ . Το  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x+2$  είναι ίσο με 15.

**i)** Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 2$  και  $\mu = -1$ .

**Μονάδες 5**

**ii)** Αν  $Q(x) = x^2 + 2x - 3$  να λύσετε την εξίσωση  $P(-1)\eta\mu^2 x - 18\sigma\upsilon\nu x = P(Q(-2))$

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ 4ο

**A.** Αν για το  $P(x)$  ισχύει  $2P(x) + P(2-x) = -x^2 - 1$

**i)** Να δείξετε ότι  $P(0) = 1$  και  $P(2) = -3$

**Μονάδες 5**

**ii)** Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x^2 - 2x$  και να βρείτε το υπόλοιπο.

**Μονάδες 5**

**B.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - \alpha x + \beta$ . Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $M(-1, 1)$  και η αριθμητική της τιμή για  $x = 2$  είναι ίση με το 4

**i)** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 5$  και  $\beta = -2$

**Μονάδες 5**

**ii)** Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με την ευθεία  $\varepsilon: y = x - 6$

**Μονάδες 5**

**iii)** Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της  $f$  είναι πάνω από την ευθεία ( $\varepsilon$ )

**Μονάδες 5**

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**