σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 16 / 02 / 14

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Για την εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ με ρίζες x_1 , x_2 , να αποδείξετε ότι :

$$S=x_1+x_2=-\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad P=x_1\cdot x_2=\frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 5

Β. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστό **(Σ)** ή Λάθος **(Λ)** τις παρακάτω προτάσεις

1) Αν $\alpha,\beta\geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha\cdot\beta}=\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$

2) Ισχύει ότι $\sqrt{\alpha^2}=\alpha$ για κάθε $\alpha\in R$

3) Αν $\alpha\geq 0$ τότε $\sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}}=\sqrt[\nu\cdot\mu]{\alpha}$

4) Αν $\alpha\geq 0$ και ν άρτιος τότε ισχύει $x^\nu=\alpha \Leftrightarrow x=\sqrt[\nu]{\alpha}$

5) Ισχύει ότι $x^\nu=|x|^\nu$ για κάθε φυσικό αριθμό $\nu\neq 0$

6) Αν $\theta\geq 0$ τότε $|x|\geq\theta \Leftrightarrow -\theta\leq x\leq\theta$

7) Η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες αν ισχύει $\Delta<0$

8) Ισχύει ότι $x^2-Sx+P=0$ όπου S , P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών αντίστοιχα

9) Η εξίσωση $\alpha x=\beta$ έχει πάντα μοναδική λύση για κάθε $\alpha\in R$

10) Αν $\Delta<0$ τότε το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$ είναι πάντα ετερόσημο του α

Μονάδες 10

Γ. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

1) Η εξίσωση $x^2+2x+\kappa=0$ έχει 2 διακεκριμένες λύσεις όταν ισχύει :
Α. $\kappa=1$ **Β.** $\kappa>1$ **Γ.** $\kappa<1$ **Δ.** Για κάθε $\kappa\in R$

2) Η εξίσωση $x^2+2\alpha x+\alpha^2+1=0$, $\alpha\in R$ έχει :
Α. Μια διπλή ρίζα **Β.** 2 άνισες ρίζες **Γ.** Είναι αδύνατη **Δ.** Είναι ταυτότητα

3) Η ποσότητα $A=\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ είναι ίση με :

Α. 2 **Β.** $\sqrt[6]{2}$ **Γ.** $\sqrt{2}$ **Δ.** $\sqrt[3]{2}$

4) Για την ανίσωση $|x-2|<2$ έχουμε :

Α. Είναι αδύνατη **Β.** Ισχύει για κάθε $x \in R$ **Γ.** $x<0$ ή $x>4$ **Δ.** $0<x<4$

5) Η εξίσωση $x^4+\alpha=0$, $\alpha>0$

Α. Είναι αδύνατη **Β.** Ισχύει για κάθε $x \in R$ **Γ.** Έχει μοναδική λύση **Δ.** Έχει 2 ακριβώς λύσεις

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να αποδείξετε ότι

i) $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{3}+1}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}=2$

Μονάδες 5

ii) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\dfrac{5}{2}$

Μονάδες 5

Β. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

i) $(2x+3)(4x+7)=16x^2-49$

Μονάδες 5

ii) $\dfrac{x-2}{x+1}-\dfrac{x}{x-1}=-\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{2}{x^2-1}$

Μονάδες 5

iii) $\dfrac{|x+3|+1}{2}-\dfrac{5|x+3|+3}{3}=\dfrac{1-3|x+3|}{2}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να λύσετε την εξίσωση $\lambda^2x-\lambda^2=2\lambda x-4$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in R$

Μονάδες 8

Β. Να λυθεί η εξίσωση $(2x-1)^2-2|2x-1|=3$

Μονάδες 8

Γ.

i) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

$\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{3-x}{2}<5$ και $\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x+1}{3}\le\dfrac{6x-4}{6}$

Μονάδες 7

ii) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x που αποτελούν τις κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 + 2x - (\lambda - 2) = 0$, $\lambda \neq 0$

i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \neq 0$

Μονάδες 5

ii) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα

Μονάδες 5

iii) Αν η εξίσωση έχει δυο διακεκριμένες ρίζες x_1 , x_2 να βρείτε την τιμή του λ ώστε να ισχύει η σχέση $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$

Μονάδες 5

iv) Να σχηματίσετε εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $2x_1$ και $2x_2$

Μονάδες 5

Β. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x - 2\lambda + 1 = 0$. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in R$ ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη

Μονάδες 5

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

Κ Α Λ Η   Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α