ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 4/ 1/ 2014

ΘΕΜΑ 1

Α. Απόδειξη βιβλίου σελίδα 40

Β. 1. μεγαλύτερη, 2. μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων και μεγαλύτερη από τη διαφορά τους, 3. μικρότερη ή ίση, 4. μεγαλύτερη

Γ. 1) γ 2) α 3) α 4) β , δ

ΘΕΜΑ 2

Α. Λ, Λ, Λ, Λ, Σ, Λ, Λ, Λ

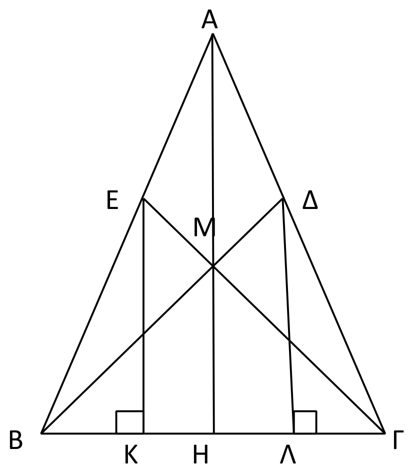
Β. Σύμφωνα με την τριγωνική ανισότητα θα πρέπει να ισχύει ότι:

$\beta-\gamma < \alpha < \beta+\gamma \Leftrightarrow 9-3<4<9+3 \Leftrightarrow \underbrace{6<4}_{\alpha\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau o\nu} <12$, επομένως, δεν υπάρχει τρίγωνο με αυτές τις πλευρές.

Γ. (α) Η γωνία $A\hat{K}B$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΒΚΓ, άρα ισχύει ότι $A\hat{K}B > \hat{\Gamma} = \hat{B}$

(β) Είναι $K\hat{B}\Gamma < \hat{B}$, άρα $K\hat{B}\Gamma < \hat{\Gamma}$. Επομένως στο τρίγωνο ΚΒΓ είναι $K\Gamma < KB$.

ΘΕΜΑ 3



Α. (α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ, έχουν

- $B\hat{A}M = \Gamma\hat{A}M$ (διότι ΑΗ διχοτόμος)
- $AB = A\Gamma$ (διότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές)
- ΑΜ κοινή πλευρά

Επομένως ισχύει το (Π-Γ-Π), άρα τα τρίγωνα είναι ίσα μεταξύ τους. Οπότε, $A\hat{B}M = A\hat{\Gamma}M$

Στη συνέχεια συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ, έχουν

- $\hat{A}$ κοινή
- $AB = A\Gamma$
- $A\hat{B}M = A\hat{\Gamma}M$

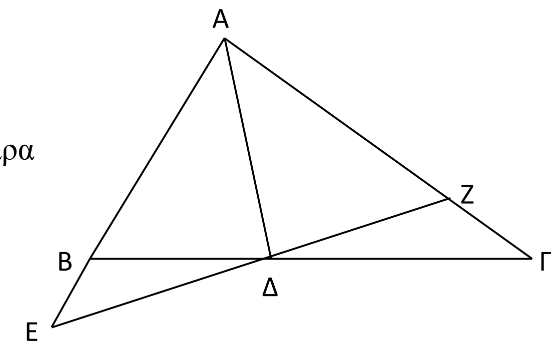
Άρα $B\Delta = \Gamma E$

(β) Έστω $EK \perp B\Gamma$ και $\Delta\Lambda \perp B\Gamma$.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα BEK και ΓΔΛ, έχουν

- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$
- $BE = \Delta\Gamma$ (ως διαφορά ίσων τμημάτων)

Επομένως τα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, άρα $EK = \Delta\Lambda$.

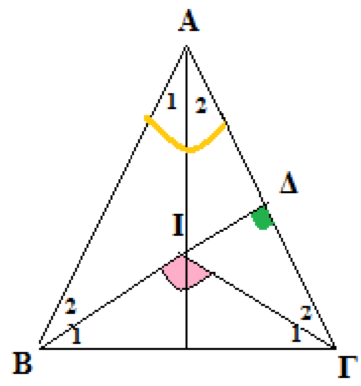


B. (α) Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΔΓ είναι ίσα, άρα ισχύει ότι $\Delta E = \Delta\Gamma$.

(β) Η γωνία $E\hat{B}\Delta$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα $E\hat{B}\Delta > \hat{\Gamma}$. Όμως είναι $\hat{\Gamma} = \hat{E}$, άρα $E\hat{B}\Delta > \hat{E}$.
Άρα στο τρίγωνο ΒΕΔ ισχύει ότι:

$\Delta E > B\Delta \Leftrightarrow \Gamma\Delta > B\Delta$

ΘΕΜΑ 4



Α. 1) Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε ότι:

$\hat{B} = \hat{\Gamma} \Leftrightarrow \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{\Gamma}}{2} \Leftrightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$

αφού ΒΙ, ΓΙ διχοτόμοι των αντίστοιχων γωνιών

Επομένως, από τη σχέση $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1 \Rightarrow B\hat{I}\Gamma$: *ισοσκελές*

2) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα: ΑΙΒ και ΑΙΓ:

- ΒΙ= ΓΙ (από το 1 ερώτημα, αφού το ΒΙΓ είναι ισοσκελές)
- ΑΒ=ΑΓ
- $\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2$ (από υπόθεση)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, επομένως και $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$, δηλαδή, η ΑΙ διχοτόμος της γωνίας Α.

3) Από τις σχέσεις: ΑΒ=ΑΓ και ΒΙ= ΓΙ, τα σημεία Α, Ι ισαπέχουν από τα άκρα του τμήματος ΒΓ, οπότε θα βρίσκονται πάνω στη μεσοκάθετό του . Επομένως η ΑΙ είναι μεσοκάθετος του ΒΓ.

4) Η $B\hat{I}\Gamma > B\hat{I}\Delta$ (1), ως εξωτερική του τριγώνου ΙΔΓ.

Η $B\hat{I}\Delta > B\widehat{A}\Gamma$ (2), ως εξωτερική του τριγώνου ΑΒΔ.

Από τις (1), (2) συνεπάγεται ότι:

$$B\hat{I}\Gamma > B\widehat{A}\Gamma = \widehat{A}$$

Β. 1) Βασιζόμενοι στο ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της, φέρνουμε $\Delta E \perp B\Gamma$, έτσι ώστε να ισχύει ότι: ΑΔ= ΔΕ (1) .

2) Εμφανίσαμε επομένως το ΑΔ ως πλευρά του ορθογωνίου τριγώνου ΔΕΒ, στο οποίο θα ισχύει ότι ΔΒ> ΔΕ (2), ως υποτείνουσα άρα από τις (1), (2) προκύπτει ότι: ΔΒ>ΑΔ.