

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

5 / 1 / 13

ΘΕΜΑ 1°

A.

1. Να αποδείξετε ότι για τα παράλληλα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ ισχύει $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι η ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης λ που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ δίνεται από τη σχέση $\varepsilon: y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

Μονάδες 5

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό ή Λάθος**

1. Το διάνυσμα $\vec{a} = (0, 3)$ είναι παράλληλο στον άξονα $x'x$

2. Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} < 0$ τότε η γωνία $\left(\vec{a}, \vec{\beta} \right)$ είναι αμβλεία

3. Αν ισχύει $\overline{AB} = 2\overline{BM}$ τότε το M μέσο του \overline{AB}

4. Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία μόνο όταν $A \neq 0$ και $B \neq 0$

5. Η ευθεία $\varepsilon: y = 2x + 1$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων

6. Αν για τις ευθείες ε_1 και ε_2 ισχύει $\lambda_{\varepsilon_1} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} = -1$, τότε οι ευθείες είναι παράλληλες

7. Το σημείο $A(-3, 4)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{4}{3}$

8. Το διάνυσμα $\vec{a} = (B, -A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$

9. Για την ευθεία $\varepsilon: y = -2$ δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης

10. Το σημείο $A(3t+1, 2)$ ανήκει στην ευθεία $\varepsilon: y = 2$ για κάθε $t \in \mathbb{R}$

Μονάδες 10

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1. Τα διανύσματα $\vec{a} = (4, -1)$ και $\vec{\beta} = (2, 8)$ είναι :

A. ομόρροπα**B.** κάθετα**Γ.** έχουν γωνία 45° **Δ.** αντίρροπα

2. Μια ευθεία κάθετη στην $\varepsilon_1 : y = 3$ που διέρχεται από το $A(-1, 3)$ είναι η :

- A. $y = -x + 3$ B. $3x - y + 1 = 0$ Γ. $x = 3y$ Δ. $x = -1$

3. Η εξίσωση $(\alpha^2 - 1)x + (\alpha^2 - \alpha)y + \alpha^2 + 1 = 0$ παριστάνει ευθεία όταν :

- A. $\alpha \neq 1$ B. $\alpha \neq 1$ ή $\alpha \neq 0$ Γ. $\alpha \neq 1$ και $\alpha \neq -1$ Δ. για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

4. Σε τρίγωνο ABΓ η πλευρά ΒΓ έχει εξίσωση ΒΓ : $2x - y + 1 = 0$, τότε το ύψος ΑΔ μπορεί να έχει εξίσωση

- A. $y = -\frac{1}{2}x + 1$ B. $y = -\frac{1}{2}$ Γ. $-2x + y + 1 = 0$ Δ. $y = 2x$

5. Η απόσταση του σημείου $A(-1, -1)$ από την ευθεία $x = 2$ είναι ίση με :

- A. 3 B. 1 Γ. 2 Δ. -1

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy δίνονται τα σημεία $A(\lambda, \mu)$ και $B(2\mu, \lambda - 6)$ με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Το ευθύγραμμο τμήμα AB έχει μέσο το σημείο $M(7, 1)$

α. Να αποδείξετε ότι $\lambda = 2$ και $\mu = 6$

Μονάδες 3

β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο

Μονάδες 3

γ. Να βρείτε το σημείο Γ του άξονα $y'y$ ώστε τα σημεία A, B, Γ να είναι συνευθειακά

Μονάδες 3

δ. Αν N είναι το μέσο του τμήματος OB να βρείτε την γωνία \widehat{ANB}

Μονάδες 4

B. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει

$$|\vec{\beta}| = 3, \left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}} \right) = 120^\circ \text{ και } (3\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \perp (6\vec{\alpha} + 5\vec{\beta})$$

α. Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = 2$

Μονάδες 4

β. Θεωρούμε επίσης το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$. Να βρείτε :

i) Το μέτρο του $\vec{\gamma}$

Μονάδες 4

ii) Την γωνία των διανυσμάτων $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\gamma}} \right)$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 3°

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\kappa, 8)$ και $\vec{\beta} = (\mu, 2\mu + 3)$ και η ευθεία (ε) τέτοια ώστε $\text{προβ}_{\vec{\beta}}\vec{\alpha} = (-5, 5)$ και το $\vec{\alpha} // \varepsilon$

a. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} = (-2, 8)$ και $\vec{\beta} = (-1, 1)$

Μονάδες 3

β. Αν επιπλέον η ευθεία (ε) τέμνει του άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα, ώστε το μέσο M του $\Gamma\Delta$ να έχει τεταγμένη κατά 3 μεγαλύτερη από την τετμημένη του :

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας είναι $\varepsilon: y = -4x + 8$

Μονάδες 3

ii) Αν $\overline{OH} = 3\vec{\beta} - \vec{\alpha}$ να βρείτε το σημείο H καθώς και το συμμετρικό του H (το H') ως προς την ευθεία (ε)

Μονάδες 4

iii) Να βρεθεί η γωνία της ευθείας (ε) με την ευθεία HH'

Μονάδες 3

B. Το σημείο $M(0, 2)$ απέχει από την ευθεία $\varepsilon: \lambda x - 3y + \lambda - 3 = 0$ απόσταση ίση με 1

a. Να δείξετε ότι $\lambda = 4$

Μονάδες 3

β. Να βρείτε σημείο του άξονα $x'x$, το οποίο ισαπέχει από την ευθεία (ε) και το σημείο $N(2, -3)$

Μονάδες 3

γ. Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha, \beta)$, $B(-2\alpha, 4 - 3\beta)$ και $\Gamma(5, 2)$. Αν τα σημεία A και B ανήκουν στην ευθεία (ε)

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 3$

Μονάδες 3

ii) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4°

A. Έστω η ευθεία ε_1 που είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{v} = (-2, 4)$ και διέρχεται από το σημείο $A(10, 5)$ και η ευθεία ε_2 που διέρχεται από τα σημεία $B(3, -1)$ και $\Gamma(-6, 2)$

a. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2

Μονάδες 4

β. Θεωρούμε και τις ευθείες $\zeta_1: (\lambda - 3)x + (\lambda - 4)y - 28 = 0$ και $\zeta_2: \lambda x + (\lambda - 2)y - 12 = 0$ οι οποίες είναι παράλληλες.

i) Να δείξετε ότι $\lambda = 6$

Μονάδες 4

ii) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες ε_1 , ε_2 και ζ_1 είναι ίσο με 35τ.μ.

Μονάδες 4

iii) Τα σημεία M της ευθείας ζ_2 για τα οποία ισχύει $d(M, \varepsilon_1) = \sqrt{2} \cdot d(M, \varepsilon_2)$

Μονάδες 4

B. Δίνεται η εξίσωση $(2\alpha^2 + \alpha + 1)x + (\alpha^2 - \alpha + 1)y - \alpha^2 - 2\alpha = 0$ **(1)**

α. Να δείξετε ότι η **(1)** παριστάνει ευθεία για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

Μονάδες 3

β. Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες της μορφής **(1)** διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο και βρείτε

Μονάδες 3

γ. Να βρείτε την τιμή του α ώστε η ευθεία που δημιουργείτε από την εξίσωση **(1)** να είναι κάθετη στην $y = \frac{1}{2}x + 3$

Μονάδες 3

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ