σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 03/11/13

ΘΕΜΑ Α

1. Αν $A(x_1\ ,\ y_1)$ και $B(x_2\ ,\ y_2)$ είναι δύο σημεία του επιπέδου , να αποδείξετε ότι για τις συντεταγμένες του μέσου $M(x\ ,\ y)$ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ ισχύει

$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$ **Μονάδες 5**

2. Αν $\vec{\alpha}=(x_1\ ,\ y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2\ ,\ y_2)$ δύο παράλληλα διανύσματα , να αποδείξετε ότι για τους συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}$ και $\lambda_{\vec{\beta}}$ ισχύει ότι $\vec{\alpha}//\vec{\beta}\Leftrightarrow\lambda_{\vec{\alpha}}=\lambda_{\vec{\beta}}$

Μονάδες 5

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

α. Ισχύει ότι $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$ για κάθε τυχαίο σημείο Ο

β. Αν ισχύει $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ τότε το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο

γ. Ισχύει ότι $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma A}=\vec{0}$

δ. Αν το Μ μέσο του ΑΒ τότε για κάθε σημείο Ο ισχύει $\overrightarrow{OM}=\dfrac{\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}}{2}$

ε. Αν $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$ τότε $\kappa\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta}$ με $\kappa\ ,\ \lambda\neq 0$

στ. Αν $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BM}$ τότε το Μ είναι μέσο του $\overrightarrow{AB}$

ζ. Αν $\vec{\alpha}=(x\ ,\ y)$, με $x,y\neq 0$ τότε ο συντελεστής διεύθυνσης του $\vec{\alpha}$ είναι $\lambda_{\vec{\alpha}}=\dfrac{y}{x}$

η. Για τα σημεία $A(x_1\ ,\ y_1)$ και $B(x_2\ ,\ y_2)$ ισχύει ότι $\overrightarrow{BA}=(x_2-x_1\ ,\ y_2-y_1)$

θ. Αν $\vec{\alpha}=(x\ ,\ y)$ με $\vec{\alpha}//y'y$ τότε ισχύει $x=0$ ή $y=0$

ι. Αν ισχύει $\det(\vec{\alpha}\ ,\ \vec{\beta})=0$ τότε υπάρχει αριθμός $\lambda\in R$ ώστε να ισχύει $\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta}$

Μονάδες 10

4. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α. Αν Μ είναι το μέσο του ευθυγράμου τμήματος ΑΒ τότε ισχύει

Α. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}$ **Β.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ **Γ.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$ **Δ.** $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$

β. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΜ είναι η διάμεσος . Τότε ισχύει

Α. $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{AB}$ **Β.** $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{\Gamma M}$ **Γ.** $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma M}$

γ. Για το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ ισχύει

Α. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\Gamma}$ **Β.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Delta}$ **Γ.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{B\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{A\Gamma}$

δ. Αν $A(\lambda , 2)$ και $B(-3 , \mu)$ και το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (1 , 2)$ τότε είναι

Α. $\lambda = 2 , \mu = 2$ **Β.** $\lambda = 2 , \mu = -2$ **Γ.** $\lambda = -4 , \mu = 4$ **Δ.** $\lambda = 4 , \mu = -4$

ε. Αν $\vec{\alpha} = (x , y)$ με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} // x'x$ τότε ισχύει

Α. $x = 0 , y \neq 0$ **Β.** $x = 0 , y \in R$ **Γ.** $x \neq 0 , y \neq 0$ **Δ.** $x \neq 0 , y = 0$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $A(3 , 5)$ και $\overrightarrow{AB} = (\alpha , 2\alpha + 10)$ με $\alpha \in R^*$. Έστω επίσης Μ και Ν τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα . Αν ο συντελεστής διεύθυνσης του $\overrightarrow{AB}$ είναι $\frac{3}{4}$ και $\overrightarrow{MN} = (-1 , 1)$ τότε :

1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = -8$ και να βρεθεί το $|\overrightarrow{AB}|$

Μονάδες 5

2. Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής Β είναι $B(-5 , -1)$

Μονάδες 5

3. Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Μ και Ν είναι $M(-1 , 2)$ και $N(-2 , 3)$

Μονάδες 5

4. Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής Γ είναι $\Gamma(-7 , 1)$ και να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης του $\overrightarrow{B\Gamma}$

Μονάδες 5

5. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{v} = (16 , -2)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Α. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha}$, **μη** παράλληλο στον x΄x για το οποίο ισχύει η σχέση :

$$\vec{\alpha} = |\vec{\alpha}| \cdot (1\ ,\ -1) - (2\ ,\ -1)$$

1. Να δείξετε ότι είναι $\vec{\alpha} = (3\ ,\ -4)$

Μονάδες 3

2. Να βρεθεί διάνυσμα $\vec{\beta}$ που είναι αντίρροπο του $\vec{\alpha}$ και έχει μέτρο τριπλάσιο του $\vec{\alpha}$

Μονάδες 3

3. Θεωρούμε τα σημεία $A(\lambda\ ,-2\lambda)$ και $B(1-4\lambda\ ,\ \lambda+6)$ με $\lambda \in R$. Αν $\overrightarrow{AB} // \vec{\alpha}$ τότε

i) Να δείξετε ότι $\lambda = 2$

Μονάδες 2

ii) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Κ για το οποίο ισχύει $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{BK}$

Μονάδες 2

Β. Στο καρτεσιανό επίπεδο Οxy θεωρούμε τα σημεία Α , Β , Γ για τα οποία ισχύουν $\overrightarrow{OA} = 3\vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = 10\vec{i} + 2\vec{j}$.

1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ έχουν συντεταγμένες $A(0\ ,\ 3)$, $B(-2\ ,\ -3)$ και $\Gamma(8\ ,\ -1)$

Μονάδες 3

2. Να βρείτε ποια σημεία του άξονα y΄y απέχουν από το μέσο Μ του ΒΓ απόσταση ίση με 5

Μονάδες 3

3. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο

Μονάδες 3

4. Θεωρούμε επίσης σημείο Ε ώστε να ισχύει $4\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{B\Gamma} - \overrightarrow{AB}$.

i) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του σημείου Ε είναι $E(6\ ,\ 0)$

Μονάδες 3

ii) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Γ , Ε είναι συνευθειακά

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Δ

Α. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ . Θεωρούμε επίσης τα σημεία τα σημεία Κ και Λ για τα οποία ισχύουν : $2\vec{\Gamma K} = \vec{A\Gamma} + 3\vec{\Gamma B}$ και $8\vec{AM} - 3\vec{B\Gamma} = 7\vec{AB} - 4\vec{\Gamma\Lambda}$

1. Να αποδείξετε ότι $\vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{AB}$

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι $\vec{A\Lambda} = \frac{3}{4}\vec{A\Gamma}$

Μονάδες 5

3. Να γράψετε τα διανύσματα $\vec{MK}$ και $\vec{K\Lambda}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{AB}$ και $\vec{A\Gamma}$

Μονάδες 5

4. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Κ , Λ , Μ είναι συνευθειακά

Μονάδες 5

Β. Δίνονται δύο αντίρροπα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 9$ και $|\vec{\beta}| = 4$. Να βρεθεί το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 5

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Απαγορεύονται τα σκονάκια !!!