σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ 10 / 03 / 13

ΘΕΜΑ Α

Α. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος τις συνάρτησης $c\cdot f(x)$ είναι ίση με $c\cdot f'(x)$

Μονάδες 7

Β1. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α και Β το σύνολο των $x\in A$ στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη . Να δώσετε τον ορισμό της πρώτης παραγώγου $f'(x)$

Μονάδες 4

Β2. Έστω ένα δείγμα ν παρατηρήσεων , με ν άρτιο αριθμό. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου.

Μονάδες 4

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστό** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις .

1. Ισχύει ότι $\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g'(x)\right)\cdot g(x)$ όπου f , g παραγωγίσιμες συναρτήσεις .

2. Έστω η συνάρτηση f ορισμένη στο διάστημα Δ και $x_1\in\Delta$. Αν ισχύει $f(x)\geq f(x_1)$ για κάθε $x\in\Delta$ τότε στο σημείο x_1 η f παρουσιάζει ελάχιστο .

3. Ισχύει ότι $N_\kappa = N_{\kappa+1}+\nu_\kappa$.

4. Έστω ένα δείγμα με μέση τιμή $\bar{x}>0$ και τυπική απόκλιση s τότε ο συντελεστής μεταβολής ισούται με $CV=\dfrac{\bar{x}}{s}$.

5. Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω .Αν ισχύει $P(A)=P(B)$ τότε ισχύει $N(A)=N(B)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω Α και Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A\cup B)=\frac{7}{8}$ $\;\; και \;\;$ $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$

α) Να αποδείξετε ότι $P(A)+P(B)=1$

Μονάδες 5

β) Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα Α και Β .

Μονάδες 5

γ) Θεωρούμε και τη συνάρτηση : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{P(A)x^2-x+P(B)}{x-1} & ,\ αν\ \ x\neq 1\\ -4P(A-B) & ,\ αν\ \ x=1\end{cases}$

η οποία είναι συνεχής .

i) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)\ και\ P(B)$

Μονάδες 7

ii) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα :
Γ : πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα Α και Β
Δ : δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β
να εξετάσετε αν το δείγμα των αριθμών : $P(\Gamma)$, $P(\Delta)$, $P(A'\cup B)$, $P(B'-A')$ είναι ομοιογενές .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Α. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{x^2}{4}-3x+5$. Θεωρούμε και τα ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω . Οι πιθανότητες $P(A)\ \ και\ \ P(A\cap B)$ είναι διαφορετικές μεταξύ τους και ανήκουν στο σύνολο: $\Sigma=\{\mu,\lambda,f'(7),f'(9)\}$ όπου μ το ελάχιστο της f και ο αριθμός λ είναι $\lambda=\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x^2-10x+16}$

α) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία

Μονάδες 2

β) Να δείξετε ότι μ = - 4 και $\lambda=\frac{1}{3}$

Μονάδες 2

γ) Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(A)\ \ και\ \ P(A\cap B)$

Μονάδες 2

δ) Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{3}\leq P(B)\leq\frac{5}{6}$

Μονάδες 2

ε) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα Α, Β είναι $\frac{7}{12}$ να βρείτε την πιθανότητα:

i) Να πραγματοποιηθεί το Β

Μονάδες 2

ii) Να πραγματοποιηθεί το Α ή να μην πραγματοποιηθεί το Β.

Μονάδες 2

Β.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{-2x^2+\alpha x-10}{x-1}$ *όπου* $\alpha\in R$. Η εφαπτόμενη (ε) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $M\left(\dfrac{1}{2},f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right)$ είναι παράλληλη στην ευθεία $\zeta: y=6x-12$

α) Να αποδείξετε ότι α=10.

Μονάδες 2

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης (ε).

Μονάδες 2

γ) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 3

δ) Μια τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x}$ ίση με το τοπικό ελάχιστο της f και τυπική απόκλιση s ίση με το τοπικό μέγιστο της f.

i) Να αποδείξετε ότι το δείγμα των παρατηρήσεων της μεταβλητής X δεν είναι ομοιογενές.

Μονάδες 2

ii) Αν γνωρίζετε ότι υπάρχουν 100 παρατηρήσεις με τιμή μεγαλύτερη του 14, να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων που ανήκουν στο διάστημα (4, 12)

Μονάδες 2

iii) Να βρείτε τον μικρότερο αριθμό $c>0$ που πρέπει να προσθέσουμε σε καθεμιά από τις παρατηρήσεις της μεταβλητής X , ώστε το δείγμα των αριθμών που θα προκύψουν να είναι ομοιογενές.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega=\{1,2,3,4,5\}$. Για τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω ισχύει ότι $P(\kappa)=\alpha\kappa+\beta$ *με* $\kappa\in\Omega$.Θεωρούμε επίσης το ενδεχόμενο

$$\mathrm{A}=\left\{\kappa\in\Omega\,/\;\textit{οι παρατηρήσεις }\ 1,2,\kappa,2\kappa+4,2\kappa+3,\ \textit{έχουν συντελεστή μεταβολής } CV<\frac{\sqrt{14}}{5}\right\}$$

για το οποίο ισχύει ότι $P(A)=\dfrac{3}{10}$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha=\dfrac{1}{30}$ και $\beta=\dfrac{1}{10}$

Μονάδες 8

β) Θεωρούμε το ενδεχόμενο

$$B=\left\{\kappa\in\Omega\,/\;\textit{το ελάχιστο της }\ f(x)=x^2-2\ln x+\kappa^2-5\kappa\ \textit{ είναι μεγαλύτερο του }\ -5\right\}$$

i) Να βρείτε την πιθανότητα $P(B)$

Μονάδες 9

ii) Να βρείτε τις εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x)=P\big((A-B)\cup(B-A)\big)x^3+\dfrac{x^2}{P(A\cup B')}-7x+1$ που σχηματίζουν γωνία 135° με τον άξονα x΄x .

Μονάδες 8

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ