σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 24 /02 /13

ΘΕΜΑ 1

Α. Να αποδείξετε ότι το $x-\rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, δηλαδή αν $P(\rho)=0$.

[Μονάδες 5]

Β. Να επιλέξετε **Σ** για σωστή ή **Λ** για λάθος για καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Ισχύει ότι $\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}+\omega\right)=\eta\mu\omega$
2. Είναι $\varepsilon\varphi x\cdot\sigma\varphi x=1$
3. Ισχύει ότι $\varepsilon\varphi^2 x\leq 1$
4. Αν $f(x)\geq f(x_0)$ για κάθε x_0 , τότε στο x_0 η f παρουσιάζει ελάχιστο.
5. Αν $x_1<x_2$ τότε αν η f είναι γνησίως αύξουσα ισχύει $f(x_1)>f(x_2)$.
6. Αν το $x-1$ παράγοντας του $P(x)$ τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-1$ είναι ίσο 1.
7. Το $P(x)=\alpha x^3+\beta x-3$, α, β ακέραιοι , μπορεί να έχει ρίζα το $x=2$.
8. Όταν η διαίρεση $P(x):Q(x)$ **δεν** είναι τέλεια τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $Q(x)$ έχει βαθμό μικρότερο από τον βαθμό του $Q(x)$.
9. Αν $P(x)(x^2-2)=2x^2-3x+1$ τότε το $P(x)$ είναι πρώτου βαθμού.
10. Αν το $P(x)$ είναι μηδενικού βαθμού τότε $P(x-3)=P(x)$.

[Μονάδες 10]

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1.Το $P(x)=(\lambda^2-1)x^3+(\lambda+1)x^2+\lambda-1$ είναι σταθερό πολυώνυμο όταν :

Α. $\lambda=0$ **Β.** $\lambda=1$ **Γ.** $\lambda=-1$ **Δ.** για κάθε $\lambda\in R$

2. Η εξίσωση $2\sigma\upsilon\nu^2 x-2\sigma\upsilon\nu x+3=0$ έχει λύσεις:

Α. $x=2\kappa\pi\pm\frac{\pi}{3}$ **Β.** $x=2\kappa\pi\pm\frac{\pi}{6}$ **Γ.** $x=\kappa\pi\pm\frac{\pi}{2}$ **Δ.** αδύνατη

3. Για το $Q(x)=(3-\alpha)x^2+(\alpha^2-4)x+\alpha+1$ και το $P(x)=5x+4$ είναι ίσα τότε το α είναι:

Α. $\alpha=-3$ **Β.** $\alpha=3$ **Γ.** $\alpha=-1$ **Δ.** $\alpha=1$

4. Αν $P(x)=(\kappa-2)x^3+(\kappa+1)x^2-\kappa+2$ διαιρείται με το $x+1$ τότε το κ είναι:

Α. $\kappa=5$ **Β.** $\kappa=-5$ **Γ.** $\kappa=0$ **Δ.** Για κάθε $\kappa\in R-\{-5\ ,\ 5\}$

5. Αν $f(x)$ άρτια τότε το $f(1-x)$ είναι ίσο με:

Α. $-f(1-x)$ **Β.** $f(1+x)$ **Γ.** $f(x-1)$ **Δ.** $f^2(1-x)$

[Μονάδες 5]

ΘΕΜΑ 2

Α. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x)=\lambda x^3+(\lambda-\mu)x^2-4\lambda x+3$$

Το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και η αριθμητική του τιμή για $x=-2$ είναι 15.

(α) Να αποδείξετε ότι $\lambda=2$ και $\mu=-1$.

[Μονάδες 5]

(β) Δίνεται πολυώνυμο $Q(x)$ για το οποίο ισχύει:

$$(2x-1)Q(x)=P(x)$$

(i) Να αποδείξετε ότι $Q(x)=x^2+2x-3$

[Μονάδες 5]

(ii) Να λύσετε την εξίσωση:

$$P(-1)\eta\mu^2 x-18\sigma\upsilon\nu x=P(Q(-2))$$

[Μονάδες 5]

Β. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^3+\alpha x^2-17x+4\alpha$ διέρχεται από το σημείο $M(3,-36)$.

(α) Να αποδείξετε ότι $\alpha=-3$.

[Μονάδες 5]

(β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

[Μονάδες 5]

ΘΕΜΑ 3

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-2$ είναι 1 και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-3$ είναι 4.

(α) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $R(x)=P(7-x)-4P(2x-6)$ έχει παράγοντα το $x-4$.

[Μονάδες 5]

(β) Δίνεται το πολυώνυμο $Q(x)=P(5-x)+P(x)$

(i) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $Q(x)$ με το x^2-5x+6.

[Μονάδες 4]

(ii) Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές $Q(2)$ και $Q(3)$.

[Μονάδες 4]

(iii) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το x^2-5x+6.

[Μονάδες 10]

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{x^4+\alpha x^2+\alpha+1}{x^2-16}$, $\alpha\in R$. Το σημείο $M(2,-1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f.

(α) Να αποδείξετε ότι $\alpha=-1$.

[Μονάδες 5]

(β) Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια.

[Μονάδες 5]

(γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x)\le 0$.

[Μονάδες 5]

(δ) Να αποδείξετε ότι $f\left(\sqrt{3}-2\right)=f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}\right)$

[Μονάδες 5]

(ε) Να λύσετε την εξίσωση: $x^3+4x^2+\dfrac{f(-2013)}{f(2013)}x-6=f\left(\sqrt{3}-2\right)-f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}\right)$

[Μονάδες 5]

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ