



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727-222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113-949422

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 08 / 12 / 13

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες :

i) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ **ii)** $\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$

[Μονάδες 5+5]

B. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση :

i) Ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις , τότε οι ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις του :

α. θα είναι παράλληλες **β.** θα τέμνονται **γ.** θα ταυτίζονται **δ.** τίποτα από τα παραπάνω

ii) Το σύστημα : $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$:

α. έχει λύση $(1, -1)$ **β.** έχει άπειρες λύσεις **γ.** δεν έχει καμία λύση **δ.** τίποτα από τα παραπάνω

iii) Έστω f μία περιττή συνάρτηση. Το πεδίο ορισμού της θα μπορούσε να είναι :

α. $[-4, 4]$ **β.** $[-5, -1] \cup (1, 5]$ **γ.** $[-5, 5)$ **δ.** $[0, +\infty)$

Δικαιολογήστε :

[Μονάδες 1+2+2]

Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (**Σ**) ή λανθασμένη (**Λ**)

1. Οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$, έχουν μέγιστο το 1, ελάχιστο το -1 και περίοδο $T = 2\pi$. **Σ ή Λ**
2. Αν το σύστημα $\begin{cases} ax + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ έχει ορίζουσα $D \neq 0$ τότε είναι αδύνατο. **Σ ή Λ**
3. Οι γωνίες με άθροισμα 180° έχουν το ίδιο ημίτονο **Σ ή Λ**
4. Ισχύει η σχέση $\eta\mu x = 1 - \sigma\upsilon\nu x$ **Σ ή Λ**
5. Η γραφική παράσταση κάθε άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$. **Σ ή Λ**
6. Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$, με $\alpha > 0$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} . **Σ ή Λ**
7. Μία συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει: $f(x_1) < f(x_2)$. **Σ ή Λ**
8. Οι συμπληρωματικές γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο. **Σ ή Λ**
9. Για κάθε γωνία x ισχύει $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \eta\mu x$. **Σ ή Λ**
10. Το μέγιστο της συνάρτησης $f(x) = 5 - 3\eta\mu x$ είναι ίσο με 8 **Σ ή Λ**

[Μονάδες 10]

Θέμα 2^ο

A. i) Αν $\eta\mu x = -\frac{1}{5}$ και $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\sigma\upsilon\nu x - \sigma\varphi x}{\sigma\varphi x}$

[Μονάδες 7]

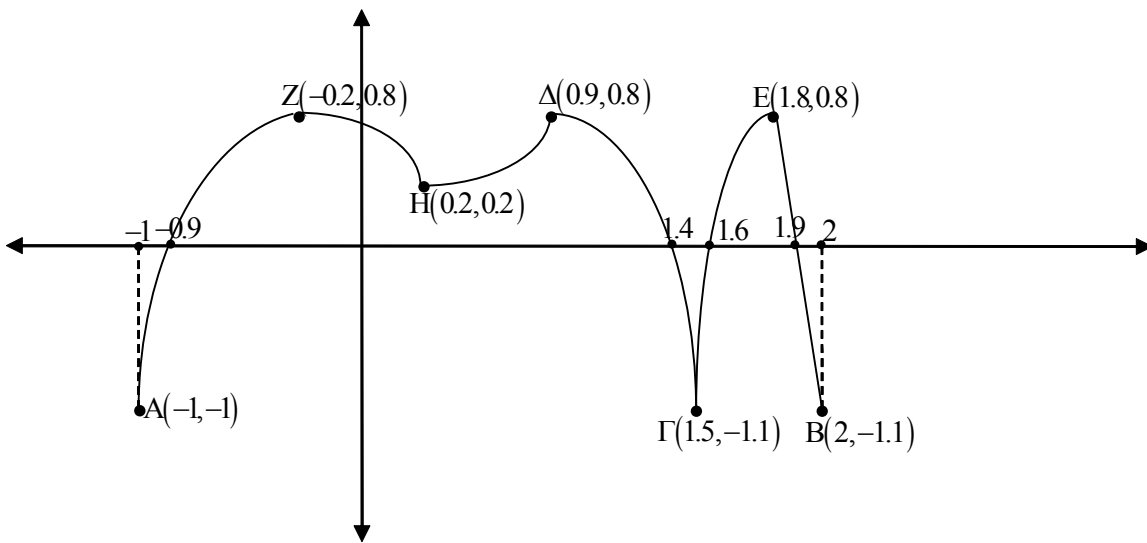
ii) Αν A, B, Γ γωνίες τριγώνου να αποδείξετε ότι :

α) $\eta\mu^2 A + \sigma\upsilon\nu^2 (B + \Gamma) = 1$

β) $\varepsilon\varphi\left(\frac{A}{2}\right)\varepsilon\varphi\left(\frac{B + \Gamma}{2}\right) = 1$

[Μονάδες 4+4]

B. Η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο $[-1, 2]$ και έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις :



α)

Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα :

β) Η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή στις θέσεις

_____ το _____

γ) Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει λύσεις _____

δ) Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης είναι η _____

[Μονάδες 10]

Θέμα 3^ο

A. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

i)
$$A = \frac{\eta\mu 135^\circ - \epsilon\phi 225^\circ + \sigma\upsilon\nu 120^\circ}{\eta\mu 225^\circ + \sigma\phi 135^\circ + \sigma\upsilon\nu 240^\circ}$$

ii)
$$B = \frac{\sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) \cdot \epsilon\phi(11\pi + \theta) \cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}{\eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(17\pi + \theta) \cdot \sigma\phi\left(\frac{19\pi}{2} + \theta\right)}$$

[Μονάδες 7+8]

B. Να αποδείξετε ότι :

i)
$$\frac{\eta\mu^3\omega + \eta\mu\omega\sigma\nu\nu^2\omega}{\sigma\nu\nu\omega} = \varepsilon\varphi\omega$$

ii)
$$(1 + \sigma\varphi\alpha)^2 + (1 - \sigma\varphi\alpha)^2 = \frac{2}{\eta\mu^2\alpha}$$

[Μονάδες 3+7]

Θέμα 4^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a\sigma\nu\nu(\beta x)$, όπου $\beta < 0$ και $\alpha \in \mathbb{R}$. Αν γνωρίζετε ότι η

γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $A(0, \beta + 5)$ και $B\left(\frac{4\pi}{\beta}, 4\beta^2\right)$ τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 4$ και $\beta = -1$

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f καθώς και την περίοδό της.

γ) Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης $g(x)$ η οποία προκύπτει από μετατόπιση

της C_f κατά $\frac{\pi}{3}$ αριστερά και κατά 5 μονάδες κάτω.

δ) Αν $f(\alpha) = \frac{\pi}{2013}$ να βρεθεί το $f(-\alpha)$

[Μονάδες 4+3+3+2]

B. i) Να λυθεί το σύστημα για τις διάφορες τιμές του λ

$$\begin{cases} x + \lambda y = 1 \\ \lambda x - 3\lambda y = 2\lambda + 3 \end{cases}$$

ii) Αν (x_o, y_o) η μοναδική λύση του παραπάνω συστήματος να βρεθεί το λ ώστε να ισχύει :

$$\begin{vmatrix} -\lambda y_o & x_o \\ \lambda^2 & \lambda^4 + 4 \end{vmatrix} = 3\lambda^2$$

[Μονάδες 9+4]

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α