ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ &ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727–222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113–949422

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 3/11/2013</u>

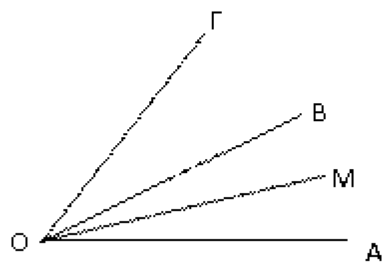
<u>ΘΕΜΑ 1ο</u>

Α) 1) Θεωρία - απόδειξη σχολικού βιβλίου, σελίδα:
2) Θεωρία - απόδειξη σχολικού βιβλίου, σελίδα:
Β) 1-Σ, 2-Λ, 3-Σ, 4-Λ, 5-Λ, 6-Λ, 7-Σ, 8-Λ, 9-Σ, 10-Σ

Γ) μία, τεμνόμενες- τομή, παράλληλες, αντικείμενες , μεσοκάθετος, ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας- ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου, συμπληρωματικές, έχουν άθροισμα μια ευθεία γωνία, απόστημα- διχοτομεί- αντίστοιχο τόξο της, τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες

<u>ΘΕΜΑ 2ο</u>

Α) α) $A\hat{O}\Gamma - B\hat{O}\Gamma = A\hat{O}B$



i) ή η ΟΜ είναι διχοτόμος

έχουμε $2A\hat{O}M = A\hat{O}B$

άρα $A\hat{O}M = \frac{1}{2}(A\hat{O}\Gamma - B\hat{O}\Gamma)$

ii) $\Gamma\hat{O}M = \Gamma\hat{O}B + B\hat{O}M$ (1) και $\Gamma\hat{O}M = \Gamma\hat{O}A - A\hat{O}M$ (2)

ροσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχουμε: $2\Gamma\hat{O}M = A\hat{O}\Gamma + B\hat{O}\Gamma$

Β) i) Ο γωνίες δεν είναι εφεξής, γιατί δεν έχουν κοινή πλευρά.
ii) Οι γωνίες δεν είναι εφεξής, γιατί ενώ έχουν κοινή κορυφή την Ο και κοινή πλευρά την ΟΑ, οι μη κοινές πλευρές τους δεν είναι εκατέρωθεν της κοινής πλευράς.

Γ) Θεωρία, απόδειξη θεωρήματος ΙΙΙ, σελ. 20 σχ. βιβλίου

<u>ΘΕΜΑ 3ο</u>

Α) 1) Θα έχουμε: ΑΟ= ΑΜ +ΜΟ και ΒΟ=ΜΟ-ΜΒ
Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι: ΑΟ+ΟΒ= 2ΟΜ ή

$$OM = \frac{OA + OB}{2}$$

2) Θα έχουμε: ΑΟ=ΑΜ+ΜΟ και ΟΒ=ΜΒ-ΟΜ
Αν αφαιρέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι: ΑΟ-ΟΒ= 2ΟΜ ή

$$OM = \frac{AO - OB}{2}$$

Β) Η γωνία $\mathrm{A\hat{O}\Gamma}$ είναι επίκεντρη που βαίνει στο τόξο $\overset{\frown}{\mathrm{AO\Gamma}} = \overset{\frown}{\mathrm{AB}} + \overset{\frown}{\mathrm{B\Gamma}} = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$ και επειδή το μέτρο μιας επίκεντρης γωνίας ισούται με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της, θα είναι $\mathrm{A\hat{O}\Gamma} = 100^\circ$. Ομοίως, η επίκεντρη γωνία $\mathrm{\Gamma\hat{O}\Delta}$ βαίνει στο τόξο $\overset{\frown}{\mathrm{\Gamma\Delta}} = \overset{\frown}{\mathrm{B\Delta}} - \overset{\frown}{\mathrm{B\Gamma}} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (εφόσον η ΒΔ είναι διάμετρος και επομένως θα είναι $\overset{\frown}{\mathrm{B\Delta}} = 180^\circ$) , άρα και $\mathrm{\Gamma\hat{O}\Delta} = 120^\circ$.

Το τόξο $\overset{\frown}{\mathrm{A\Delta\Gamma}} = \overset{\frown}{\mathrm{A\Delta}} + \overset{\frown}{\mathrm{\Delta\Gamma}} = 140^\circ + 120^\circ = 260^\circ$, αφού $\overset{\frown}{\mathrm{A\Delta}} = \overset{\frown}{\mathrm{B\Delta}} - \overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

Γ) i) Για να σχεδιάσουμε τη συμπληρωματική της $x\hat{O}y$, φέρνουμε μια ευθεία ε κάθετη στην πλευρά Οx στο σημείο Ο. Η γωνία $y\hat{O}\varepsilon$ είναι η συμπληρωματική της $x\hat{O}y$. Φέρνουμε στη συνέχεια την αντικείμενη ημιευθεία Οx΄ της πλευράς Οx, οπότε η γωνία yOx' είναι η παραπληρωματική της $x\hat{O}y$.

ii) Αφού οι γωνίες $x\hat{O}y$ και $y\hat{O}\varepsilon$ είναι συμπληρωματικές, δηλαδή το άθροισμα τους είναι ίσο με μία ορθή γωνία, η γωνία $x\hat{O}y$ θα είναι: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ της ορθής$= \frac{2}{3} \cdot 90^\circ = 60^\circ$

ΘΕΜΑ 4ο

Α) Αρκεί να δείξουμε ότι $\mathrm{B\hat{A}O} = \mathrm{\Gamma\hat{A}O}$.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΑΟΓ: i) ΑΒ=ΑΓ, ως ακτίνες του κύκλου (Α, ΑΒ) ii) ΟΒ=ΟΓ, ως ακτίνες του κύκλου (Ο, ΟΒ) και iii) ΟΑ κοινή, άρα από το 3ο κριτήριο ισότητας Π-Π-Π, τα τρίγωνα είναι ίσα, επομένως και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα θα είναι ίσα: i) $\mathrm{B\hat{A}O} = \mathrm{\Gamma\hat{A}O}$, ii) $\mathrm{A\hat{O}B} = \mathrm{A\hat{O}\Gamma}$, iii) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$

Β) 1) Αρκεί ν.δ.ο. ΑΔ=ΑΕ.

Εφόσον το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές, θα ισχύει ότι: ΑΒ=ΑΓ και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ:

i) ΑΒ=ΑΓ

ii) $B_{\varepsilon\xi} = \Gamma_{\varepsilon\xi}$ (ως παραπληρωματικές ίσων γωνιών)

iii) ΒΔ= ΓΕ (από υπόθεση)

Από κριτήριο Π-Γ-Π, τα δύο τρίγωνα είναι ίσα. Άρα και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα θα είναι ίσα, συνεπώς και ΑΔ=ΑΕ.

2) Αρκεί ν.δ.ο. ΔΖ=ΕΗ.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΔΖΒ και ΕΗΓ.

i) ΒΔ=ΓΕ

ii) $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$ (ως κατακορυφήν ίσων γωνιών)

Άρα, τα τρίγωνα είναι ίσα, δηλαδή, ΔΖΒ=ΕΗΓ και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα θα είναι ίσα, επομένως και ΔΖ=ΕΗ.