



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ** ΤΗΛ : 270727 – 222594  
**ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ** ΤΗΛ : 919113 – 949422  
[www.syghrono.gr](http://www.syghrono.gr)

ΕΠΩΝΥΜΟ: .....

ΟΝΟΜΑ: .....

ΤΜΗΜΑ: .....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: .....

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΕΠΑΛ 5 / 1 / 13

### ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

#### ΘΕΜΑ Α

##### A1.

α. Σχολικό βιβλίο/σελ 77 και σελ 81

β. Σχολικό βιβλίο/σελ 89

γ. Σχολικό βιβλίο/σελ 89

δ. Σχολικό βιβλίο/σελ 134

##### A2.

Λ-Λ-Σ-Λ

#### ΘΕΜΑ Β

##### B1.

α.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i}{v} \Leftrightarrow$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} \Leftrightarrow$$

$$4 = \frac{5 + 3 + 3\omega + 3 + 2\omega + 3 + 3\omega + \omega}{8} \Leftrightarrow$$

$$4 = \frac{14 + 9\omega}{8} \Leftrightarrow$$

$$14 + 9\omega = 32 \Leftrightarrow$$

$$9\omega = 18 \Leftrightarrow$$

$$\omega = 2$$

β. Για  $\omega = 2$  οι παρατηρήσεις είναι 5,3,6,3,4,3,6,2

i) Εύρος  $R = x_{\max} - x_{\min} = 6 - 2 = 4$

ii) Επικρατούσα τιμή είναι η παρατήρηση 3 (με αντίστοιχη συχνότητα 3)

iii) Η διακύμανση είναι:

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 v_i =$$

$$= \frac{(2-4)^2 + (3-4)^2 \cdot 3 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2 \cdot 2}{8} =$$

$$= \frac{4 + 3 + 0 + 1 + 8}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

Άρα, η τυπική απόκλιση είναι:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2} \approx 1,41$$

## B2.

α.

$$f'(x) = \left( \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta \right)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - \frac{5}{2} \cdot 2x + \alpha = x^2 - 5x + \alpha$$

β.  $f'(0) = 0 - 5 \cdot 0 + \alpha = \alpha$

$f'(1) = 1 - 5 \cdot 1 + \alpha = \alpha - 4$

γ. Έχουμε:

Το  $A(0,1) \in C_f \Leftrightarrow f(0) = 1 \Leftrightarrow \beta = 1$

$f'(2) = 0 \Leftrightarrow$

$2^2 - 5 \cdot 2 + \alpha = 0 \Leftrightarrow$

$4 - 10 + \alpha = 0 \Leftrightarrow$

$\alpha = 6$

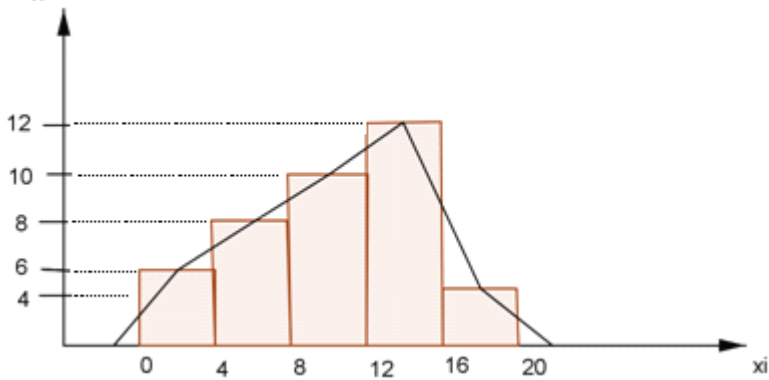
## ΘΕΜΑ Γ

α.

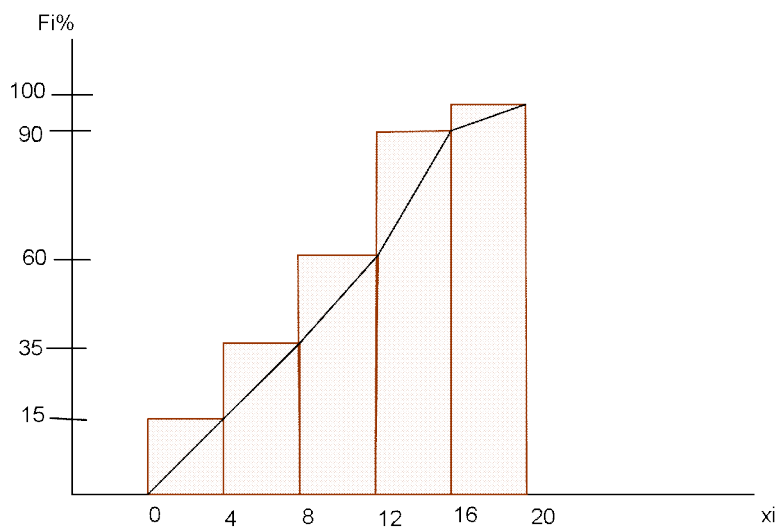
Ηλικίες	$x_i$	$v_i$	$N_i$	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i v_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{x} - x_i)^2 v_i$
<b>[0,4)</b>	2	6	6	15	15	12	8	64	384
<b>[4,8)</b>	6	8	14	20	35	48	4	16	128
<b>[8,12)</b>	10	10	24	25	60	100	0	0	0
<b>[12,16)</b>	14	12	36	30	90	168	-4	16	192
<b>[16,20)</b>	18	4	40	10	100	72	-8	64	256
<b>Σύνολο</b>	-	40	-	100	-	400	-	-	960

$$\beta. \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \frac{400}{40} = 10$$

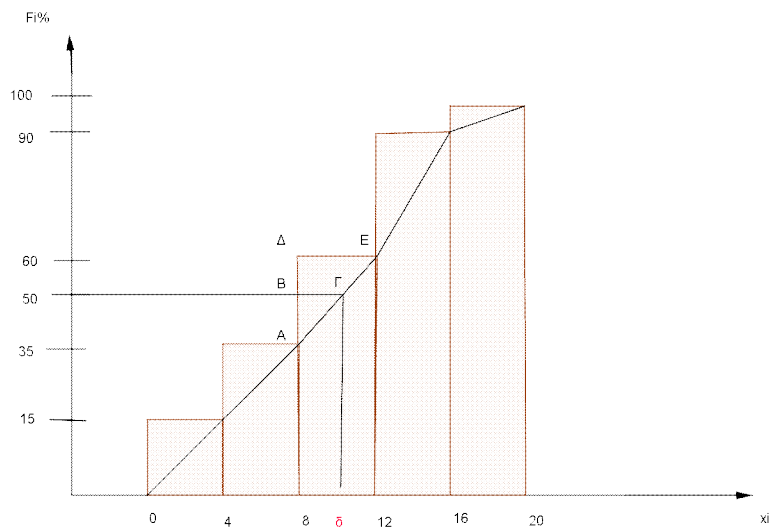
**γ.** Ιστόγραμμα και πολύγωνο των συχνοτήτων



**δ.** Ιστόγραμμα και πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων



**ε.**



Είναι

$$\hat{A} \hat{B} \hat{\Gamma} \approx \hat{A} \hat{\Delta} \hat{E} \text{ επειδή}$$

$$\hat{A} = \hat{A} \text{ (κοινή)}$$

$$\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^\circ$$

Άρα

$$\begin{aligned} \frac{AB}{B\Gamma} &= \frac{A\Delta}{\Delta E} \Leftrightarrow \frac{50-35}{\delta-8} = \frac{60-35}{12-8} \Leftrightarrow \frac{15}{\delta-8} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 25(\delta-8) = 60 \Leftrightarrow 25\delta - 200 = 60 \Leftrightarrow 25\delta = 260 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \delta = 10,4 \end{aligned}$$

**στ.** Αριθμός των παιδιών που είναι τουλάχιστον 12 χρόνων:  $12 + 4 = 16$

Ποσοστό των παιδιών που είναι τουλάχιστον 12 χρόνων:  $30\% + 10\% = 40\%$

**ζ.**

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 v_i = \frac{960}{40} = 24$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{24} = 4,9$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{4,9}{10} \cdot 100\% = 49\%$$

Επειδή  $CV > 10\% \Rightarrow$  η ομάδα των παιδιών της εταιρείας δεν είναι ομοιογενής.

### ΘΕΜΑ Δ

A)

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+4)}{(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} (x+4) = 8$$

$$(\beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$(\gamma) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 1)}{(x+1)} = \frac{3}{2}$$

B)

$$\alpha) \text{Είναι } f(-1) = 1 \Leftrightarrow \frac{(-1)^2 + \mu \cdot (-1) - 2}{-1 - 1} = 1 \Leftrightarrow \frac{1 - \mu - 2}{-2} = 1 \Leftrightarrow \mu = 1$$

$$\beta) \iota) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\kappa x + \lambda) = \kappa + \lambda$$

$$\iota) \lim_{x \rightarrow 2^-} (\kappa x + \lambda) = 2\kappa + \lambda$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2}{2} + \lambda \right) = 2 + \lambda$$

\(\gamma\)

$$\text{πρέπει } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa + \lambda = 3 \\ 2\kappa + \lambda = 2 + \lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ \kappa = 1 \end{cases}$$