



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594  
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422  
[www.syghrono.gr](http://www.syghrono.gr)

ΕΠΩΝΥΜΟ: .....

ΟΝΟΜΑ: .....

ΤΜΗΜΑ: .....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: .....

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 5 / 1 / 12

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α.

1. Να αποδείξετε ότι για τα παράλληλα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει  $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι η ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  δίνεται από τη σχέση  $\varepsilon: y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

Μονάδες 5

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

1. Το διάνυσμα  $\vec{a} = (0, 3)$  είναι παράλληλο στον άξονα  $x'x$

2. Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} < 0$  τότε η γωνία  $\left( \vec{a}, \vec{\beta} \right)$  είναι αμβλεία

3. Αν ισχύει  $\overline{AB} = 2\overline{BM}$  τότε το M μέσο του  $\overline{AB}$

4. Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία μόνο όταν  $A \neq 0$  και  $B \neq 0$

5. Η ευθεία  $\varepsilon: y = 2x + 1$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων

6. Αν για τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  ισχύει  $\lambda_{\varepsilon_1} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} = -1$ , τότε οι ευθείες είναι παράλληλες

7. Το σημείο  $A(-3, 4)$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = -\frac{4}{3}$

8. Το διάνυσμα  $\vec{a} = (B, -A)$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$

9. Για την ευθεία  $\varepsilon: y = -2$  δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης

10. Το σημείο  $A(3t+1, 2)$  ανήκει στην ευθεία  $\varepsilon: y = 2$  για κάθε  $t \in \mathbb{R}$

Μονάδες 10

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1. Τα διανύσματα  $\vec{a} = (4, -1)$  και  $\vec{\beta} = (2, 8)$  είναι :

Α. ομόρροπα

Β. κάθετα

Γ. έχουν γωνία  $45^\circ$

Δ. αντίρροπα

2. Μια ευθεία κάθετη στην  $\varepsilon_1 : y = 3$  που διέρχεται από το  $A(-1, 3)$  είναι η :

- A.  $y = -x + 3$       B.  $3x - y + 1 = 0$       Γ.  $x = 3y$       Δ.  $x = -1$

3. Η εξίσωση  $(\alpha^2 - 1)x + (\alpha^2 - \alpha)y + \alpha^2 + 1 = 0$  παριστάνει ευθεία όταν :

- A.  $\alpha \neq 1$       B.  $\alpha \neq 1$  ή  $\alpha \neq 0$       Γ.  $\alpha \neq 1$  και  $\alpha \neq -1$       Δ. για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$

4. Σε τρίγωνο ABΓ η πλευρά ΒΓ έχει εξίσωση ΒΓ :  $2x - y + 1 = 0$  , τότε το ύψος ΑΔ μπορεί να έχει εξίσωση

- A.  $y = -\frac{1}{2}x + 1$       B.  $y = -\frac{1}{2}$       Γ.  $-2x + y + 1 = 0$       Δ.  $y = 2x$

5. Η απόσταση του σημείου  $A(-1, -1)$  από την ευθεία  $x = 2$  είναι ίση με :

- A. 3      B. 1      Γ. 2      Δ. -1

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (7, 1)$  και  $\vec{\beta} = (3, -1)$

α. Να αναλύσετε το διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  σε 2 κάθετες συνιστώσες η μία παράλληλη στο  $\vec{\beta}$

**Μονάδες 5**

β. Να γραφούν τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  ως γραμμικός συνδυασμός του  $\vec{\gamma} = (-3, 1)$

**Μονάδες 5**

γ. Να αποδείξετε ότι η γωνία των διανυσμάτων  $\vec{u} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma}$  είναι  $\left( \vec{u}, \vec{\gamma} \right) = \frac{3\pi}{4}$

**Μονάδες 5**

B. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ τέτοιο ώστε  $\vec{AB} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  και  $\vec{AD} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  όπου για τα

διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  ισχύει  $|\vec{\alpha}| = 1$  ,  $|\vec{\beta}| = 2$  και  $\left( \vec{\alpha}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{3}$

α. Να αποδείξετε ότι το παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι ορθογώνιο

**Μονάδες 5**

β. Να βρείτε τα μήκη των διαγωνίων του  $\vec{AG}, \vec{BD}$

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

A. Έστω η ευθεία  $\varepsilon_1$  που διέρχεται από το σημείο  $P(-1, 3)$  και τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  στα σημεία A και B αντίστοιχα , ώστε το P να είναι μέσο του AB

α. Να δείξετε ότι η εξίσωση της  $\varepsilon_1$  είναι  $\varepsilon_1 : 3x - y + 6 = 0$

**Μονάδες 5**

β. Θεωρούμε επίσης τα σημεία  $\Gamma(-5, 1)$  και  $\Delta(2\alpha - 7, 5 - 4\alpha)$  . Αν το σημείο Δ ανήκει στην  $\varepsilon_1$

i) Να δείξετε ότι  $\alpha = 2$

**Μονάδες 4**

ii) Να βρείτε τη μεσοκάθετο  $\varepsilon_2$  του ευθυγράμμου τμήματος  $\Gamma\Delta$

**Μονάδες 4**

iii) Την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$

**Μονάδες 4**

**B.** Δίνονται οι παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1 : 2x + y = 4$  και  $\varepsilon_2 : 4x + 2y - 2 = 0$

**α.** Να βρείτε την απόσταση των δυο ευθειών  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$

**Μονάδες 4**

**β.** Να βρείτε την μεσοπαράλληλη ευθεία  $\varepsilon$  των  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$

**Μονάδες 4**

#### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

**A.** Έστω η ευθεία  $\varepsilon_1$  που είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{v} = (-2, 4)$  και διέρχεται από το σημείο

$A(10, 5)$  και η ευθεία  $\varepsilon_2$  που διέρχεται από τα σημεία  $B(3, -1)$  και  $\Gamma(-6, 2)$

**α.** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$

**Μονάδες 4**

**β.** Θεωρούμε και τις ευθείες  $\zeta_1 : (\lambda - 3)x + (\lambda - 4)y - 28 = 0$  και  $\zeta_2 : \lambda x + (\lambda - 2)y - 12 = 0$  οι οποίες είναι παράλληλες .

**i)** Να δείξετε ότι  $\lambda = 6$

**Μονάδες 4**

**ii)** Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  και  $\zeta_1$  είναι ίσο με 35τ.μ.

**Μονάδες 4**

**iii)** Τα σημεία  $M$  της ευθείας  $\zeta_2$  για τα οποία ισχύει  $d(M, \varepsilon_1) = \sqrt{2} \cdot d(M, \varepsilon_2)$

**Μονάδες 4**

**B.** Δίνεται η εξίσωση  $(2a^2 + a + 1)x + (a^2 - a + 1)y - a^2 - 2a = 0$  **(1)**

**α.** Να δείξετε ότι η **(1)** παριστάνει ευθεία για κάθε  $a \in \mathbb{R}$

**Μονάδες 3**

**β.** Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες της μορφής **(1)** διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο και βρείτε

**Μονάδες 3**

**γ.** Να βρείτε την τιμή του  $a$  ώστε η ευθεία που δημιουργείτε από την εξίσωση **(1)** να είναι κάθετη

στην  $y = \frac{1}{2}x + 3$

**Μονάδες 3**

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**