σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: ....

ΟΝΟΜΑ: ....

ΤΜΗΜΑ: ....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 04/11/12

ΘΕΜΑ Α

1. Αν $A(x_1 , y_1)$ και $B(x_2 , y_2)$ είναι δύο σημεία του επιπέδου , να αποδείξετε ότι για τις συντεταγμένες του μέσου $M(x , y)$ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ ισχύει

$x=\frac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\frac{y_1+y_2}{2}$ **Μονάδες 5**

2. Αν $\vec{\alpha}=(x_1 , y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2 , y_2)$ δύο κάθετα διανύσματα , να αποδείξετε ότι για τους συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}$ και $\lambda_{\vec{\beta}}$ ισχύει ότι $\lambda_{\vec{\alpha}}\cdot\lambda_{\vec{\beta}}=-1$ **Μονάδες 5**

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

α. $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$

β. Αν $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ τότε το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο

γ. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma A}=\vec{0}$

δ. Αν το Μ μέσο του ΑΒ τότε για κάθε σημείο Ο ισχύει $\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}}{2}$

ε. Αν $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$ τότε $\lambda_{\vec{\alpha}}\cdot\lambda_{\vec{\beta}}=1$

στ. Αν $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BM}$ τότε το Μ είναι μέσο του $\overline{AB}$

ζ. Αν $\vec{\alpha}=(x , y)$, με $x,y\neq 0$ τότε ο συντελεστής διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}=\frac{y}{x}$

η. Για τα σημεία $A(x_1 , y_1)$ και $B(x_2 , y_2)$ ισχύει ότι $\overrightarrow{BA}=(x_2-x_1 , y_2-y_1)$

θ. Αν ισχύει $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$ τότε $\vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$

ι. Αν ισχύει $\det(\vec{\alpha} , \vec{\beta})=0$ τότε υπάρχει αριθμός $\lambda\in R$ ώστε να ισχύει $\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta}$

Μονάδες 10

4. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι παράλληλα τότε για τους συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$ ισχύει

Α. $\lambda_{\vec{\alpha}} + \lambda_{\vec{\beta}} = 0$ **Β.** $\lambda_{\vec{\alpha}} = \lambda_{\vec{\beta}}$ **Γ.** $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$ **Δ.** $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = 0$

β. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΜ είναι η διάμεσος . Τότε ισχύει

Α. $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{AB}$ **Β.** $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{\Gamma M}$ **Γ.** $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma M}$

γ. Για το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ ισχύει

Α. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\Gamma}$ **Β.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Delta}$ **Γ.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{B\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{A\Gamma}$

δ. Αν $A(\lambda , 2)$ και $B(-3 , \mu)$ και το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (1 , 2)$ τότε είναι

Α. $\lambda = 2 , \mu = 2$ **Β.** $\lambda = 2 , \mu = -2$ **Γ.** $\lambda = -4 , \mu = 4$ **Δ.** $\lambda = 4 , \mu = -4$

ε. Αν $\vec{\alpha} = (x , y)$ με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} // x'x$ τότε ισχύει

Α. $x = 0 , y \neq 0$ **Β.** $x = 0 , y \in R$ **Γ.** $x \neq 0 , y \neq 0$ **Δ.** $x \neq 0 , y = 0$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

1. Δίνονται τα σημεία $A(-1 , 2)$, $B(1 , 4)$ και $\Gamma(-3 , 4)$

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$

Μονάδες 3

β. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου

Μονάδες 3

γ. Να βρείτε το $|\overrightarrow{AB}|$

Μονάδες 3

δ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές

Μονάδες 3

ε. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ της ΒΓ και το $|\overrightarrow{AM}|$

Μονάδες 4

στ. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u} = 2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{MB}$

Μονάδες 3

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2 , -4)$, $\vec{\beta} = (-3 , -2)$ και $\vec{\gamma} = (7 , -6)$. Να αναλύσετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

1. Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy θεωρούμε τα σημεία Α , Β , Γ για τα οποία ισχύουν $\overrightarrow{OA} = 3\vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = 10\vec{i} + 2\vec{j}$.

α. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ έχουν συντεταγμένες $A(0\ ,\ 3)$, $B(-2\ ,\ -3)$ και $\Gamma(8\ ,\ -1)$

Μονάδες 2

β. Να βρείτε ποια σημεία του άξονα y΄y απέχουν από το μέσο Μ του ΒΓ απόσταση ίση με 5

Μονάδες 3

γ. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο

Μονάδες 4

δ. Θεωρούμε επίσης σημείο Ε ώστε να ισχύει $4\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{B\Gamma} - \overrightarrow{AB}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Ε

Μονάδες 4

ε. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Γ , Ε είναι συνευθειακά

Μονάδες 4

2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ , Ε , Ζ τέτοια ώστε να ισχύουν $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{\Gamma E} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{A\Gamma}$. Αν ονομάσουμε $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$ τότε :

α. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{\Delta Z}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Μονάδες 3

β. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ , Ε , Ζ είναι συνευθειακά

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy θεωρούμε τα σημεία Α , Β , Γ και έστω $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ οι διανυσματικές τους ακτίνες αντίστοιχα με σημείο αναφοράς το Ο. Ισχύουν ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 3$, $|\vec{\gamma}| = \sqrt{7}$ και $\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} - 3\vec{\gamma} = \vec{0}$

1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ είναι συνευθειακά

Μονάδες 4

2. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$

Μονάδες 4

3. Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Μονάδες 4

4. Θεωρούμε ένα διάνυσμα $\vec{x}$ για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις $\vec{x} // (\vec{\beta} - \vec{\gamma})$ και $(\vec{x} + \vec{\alpha}) \perp (\vec{\beta} + \vec{\gamma})$.
Να γράψετε το $\vec{x}$ ώς γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$

Μονάδες 6

5. Να βρείτε το $|\vec{x}|$

Μονάδες 7

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

Κ Α Λ Η   Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α

Απαγορεύονται τα σκονάκια !!!