

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
4 / 1 / 2012

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Να γράψετε τους ορισμούς :

α. Πότε ένα σημείο $x_0 \in A$ λέγεται τοπικό ελάχιστο

β. Πότε η συνάρτηση f λέγεται συνεχής στο $x_0 \in A$

Μονάδες 5

B. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι η $f'(x) = 2x$

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, $\ell > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[\ell]{f(x)} = \ell$

2. Αν είναι $f'(x) > 0$ για κάθε x εσωτερικό σημείο του Δ τότε η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

3. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$, ισούται με τον συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής.

4. Το πλάτος c της κλάσης $[a, \beta)$ είναι $c = \beta - a$

5. Αν οι μεταβλητές x_1, x_2, x_3 έχουν συχνότητες v_1, v_2, v_3 τότε η μέση τους τιμή είναι ίση με

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{v_1 + v_2 + v_3}$$

6. Το κυκλικό διάγραμμα γίνεται μόνο για ποσοτικές μεταβλητές

7. Το εμβαδό που σχηματίζει το πολύγωνο συχνοτήτων με τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος n

8. Αν στο σημείο x_0 ισχύει $f'(x_0) = 0$ τότε στο σημείο αυτό η f παρουσιάζει σίγουρα ακρότατο

9. Για τις αθροιστικές συχνότητες N_1, N_2 ισχύει $N_2 + N_1 = v_2$

10. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης σε κάποιο σημείο x_0 είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, τότε ισχύει $f'(x_0) = 0$

Μονάδες 10

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ είναι το :

Α. $A = [-2, 2]$ Β. $A = (-2, 2)$ Γ. $A = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ Δ. $A = \mathbb{R}$

2. Αν για τη συνάρτηση f ισχύουν $f(2) = 0$, $f(x) > 0$ για $x > 2$ και $f(x) < 0$ για $x < 2$ τότε για στο σημείο $x_0 = 2$ για την f ισχύει :

Α. έχει τοπικό μέγιστο στο $x_0 = 2$ Β. Η f δεν είναι συνεχής στο $x_0 = 2$
Γ. έχει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = 2$ Δ. Τίποτε από τα προηγούμενα

3. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης στο σημείο $x_0 = -1$ είναι κάθετη στην ευθεία $y = -2x + 1$ τότε ισχύει ότι

Α. $f'(-1) = -2$ Β. $f'(-1) = \frac{1}{2}$ Γ. $f'(-1) = -\frac{1}{2}$ Δ. $f'(-1) = 2$

4. Αν για τις παρατηρήσεις $0, 2, \kappa, 4$ ισχύει ότι $\bar{x} = 3$ τότε ο αριθμός κ είναι ίσος με

Α. $\kappa = 6$ Β. $\kappa = 3$ Γ. $\kappa = 2$ Δ. $\kappa = 0$

5. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \ln 5x$, $x > 0$ είναι ίση με :

Α. $f'(x) = \frac{1}{5}$ Β. $f'(x) = \frac{1}{5x}$ Γ. $f'(x) = -\frac{1}{5x}$ Δ. $f'(x) = \frac{1}{x}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Να συμπληρώσετε τα κενά

1. Αν η συχνότητα της τιμής x_1 είναι 45 και η σχετική συχνότητα είναι 30% τότε το μέγεθος του δείγματος είναι

Μονάδες 3

2. Οι τιμές που μπορεί να πάρει ένα δείγμα είναι $x_1 < x_2 < x_3$. Αν η αθροιστική συχνότητα της μεταβλητής x_2 είναι 140 και το μέγεθος του δείγματος είναι 200, τότε η σχετική συχνότητα της μεταβλητής x_3 είναι

Μονάδες 3

3. Το μέσο βάρος 8 παιδιών είναι 72,5kg. Τα 5 αγόρια έχουν μέσο βάρος 80kg οπότε τα 3 κορίτσια έχουν μέσο βάρος

Μονάδες 3

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{12(\sqrt{x}-2)}{x^2-7x+12} & , \text{αν } x \neq 4 \\ \beta & , \text{αν } x = 4 \end{cases}$ η οποία είναι συνεχής στο $x = 4$.

1. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

Μονάδες 4

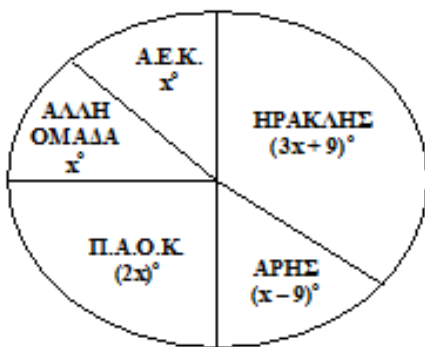
2. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός β

Μονάδες 2

2. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός α , όταν ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + \alpha x - \beta) = 2$

Μονάδες 2

Γ. Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται οι προτιμήσεις των μαθητών ενός σχολείου σε ποδοσφαιρικές ομάδες. Αν γνωρίζουμε ότι οι οπαδοί του **ΗΡΑΚΛΗΣ** είναι 80 τότε :



1. Να βρεθεί ο αριθμός x

Μονάδες 3

2. Να βρεθεί το πλήθος των παιδιών

Μονάδες 2

3. Να κατασκευάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = x^2 - 2 \ln x + 7$

1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $g(x)$ ως προς τη μονοτονία

Μονάδες 4

2. Να αποδείξετε ότι το ελάχιστο της $g(x)$ είναι ίσο με 8

Μονάδες 4

3. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - g''(x)}{g'(x)} = 2$

Μονάδες 4

B. Θεωρούμε τον παρακάτω πίνακα που αναφέρεται σε ομαδοποιημένα δεδομένα σε κλάσεις ίσου πλάτους

| [,) | Κεντρική τιμή x_i | v_i | f_i | N_i | F_i |
|------------------|---------------------|----------|-------|-------|-------|
| [.. , ..) | ℓ | $g''(1)$ | | | |
| [.. , ..) | | | 0,2 | | |
| [α , ..) | | 12 | | 24 | |
| [.. , ..) | | | | | 0,85 |
| [.. , ..) | | | | | |
| Σύνολο | | | | | |

Όπου το α είναι η τιμή του ελαχίστου της $g(x)$ και $\ell = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - g''(x)}{g'(x)}$ για την συνάρτηση $g(x)$ του προηγούμενου ερωτήματος

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Μονάδες 4

2. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό

Μονάδες 4

3. Να βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που οι τιμές τους είναι τουλάχιστον 11 και το πολύ 18

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$ η καμπύλη της οποίας διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$ και ισχύει $f(2) = 5$

1. Να αποδείξετε ότι $a = 2$ και $b = -3$

Μονάδες 2

2. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της f στο $x_0 = 2$

Μονάδες 2

3. Να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = -1$.

Μονάδες 2

4. Να υπολογιστούν τα όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\sqrt{5} - \sqrt{x+5}} \quad \text{και} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) \eta \mu \frac{\pi x}{2}}{1 - x^2}$$

Μονάδες 2

5. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατά της.

Μονάδες 2

6. Να βρείτε το σημείο της καμπύλης της f στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης. Ποιος είναι αυτός ο συντελεστής διεύθυνσης.

Μονάδες 2

B. Σε ένα γυμναστήριο ρωτήθηκαν 50 πελάτες , καθένας από τους οποίους έχει βάρος τουλάχιστον 60 Kgr και το πολύ 110 Kgr . Επίσης γνωρίζουμε ότι η κατανομή του βάρους είναι ομοιόμορφη και ισχύουν :

- 4 πελάτες έχουν βάρος μικρότερο από 70 Kgr
- Το 24% των πελατών έχουν βάρος μικρότερο από 80
- Η γωνία του κυκλικού διαγράμματος που αντιστοιχεί στους πελάτες με βάρος τουλάχιστον 90 Kgr και το πολύ 100 Kgr είναι ίση με 72°
- Το 16% των πελατών έχουν βάρος τουλάχιστον 100 kgr

1. Να ομαδοποιήσετε τα βάρη των πελατών σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και να παραστήσετε τα δεδομένα σε έναν πίνακα κατανομής συχνοτήτων (v_i , f_i , N_i , F_i)

Μονάδες 3

2. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων

Μονάδες 2

3. Να βρείτε το ποσοστό των πελατών πο έχουν βάρος 84 Kgr

Μονάδες 4

4. Αν το 20% των πελατών με το μεγαλύτερο βάρος , πρέπει να κάνει προληπτικά μια εξέταση αίματος , πόσα Kgr τουλάχιστον πρέπει να ζυγίζει κάποιος πελάτης για να πρέπει να κάνει την εξέταση

Μονάδες 4

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ : κατανέμονται ομοιόμορφα σημαίνει ότι αν μια κλάση τη διαιρέσουμε με κάποιο αριθμό με τον ίδιο αριθμό διαιρείται και συχνότητα και σχετική συχνότητα και όλα τα μεγέθη.



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
Διάρκεια 3 ώρες

Χρόνια πολλά και καλή χρονιά