

ΕΠΩΝΥΜΟ: .....

ΟΝΟΜΑ: .....

ΤΜΗΜΑ: .....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: .....

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**04 / 03/ 2012**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A)**

**α.** Να αποδείξετε ότι  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ .

**Μονάδες 5**

**β.** Να δώσετε τον ορισμό του σύνθετου ενδεχομένου  $A$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

**γ.** Εάν  $t_1, t_2, \dots, t_v$  είναι οι παρατηρήσεις μίας μεταβλητής  $X$  να δώσετε τον ορισμό της διακύμανσης των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

**B)** Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι **Σωστές** και ποιες είναι **Λανθασμένες**

**1.** Όταν η συνάρτηση  $x(t)$  παριστάνει την θέση ενός κινητού τότε η συνάρτηση  $x''(t)$  παριστάνει την ταχύτητα του κινητού

**2.** Αν ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \ell$  τότε και το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$

**3.** Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων μιας κατανομής είναι ίσο με 1, δηλαδή  $v_1 + v_2 + \dots + v_k = 1$ .

**4.** Ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.

**5.** Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής λέγεται ομοιογενές όταν ο συντελεστής μεταβολής ξεπερνά το 10%.

**6.** Για την μέση τιμή και την διάμεσο ισχύει πάντα ότι  $\bar{x} = \delta$

**7.** Οι κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων ισχύουν τόσο σε ισοπίθανα όσο και σε μη ισοπίθανα ενδεχόμενα

**8.** Αν είναι  $P(A) \leq P(B)$  τότε είναι  $A \subseteq B$

**9.** Αν τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  είναι ασυμβίβαστα τότε πάντοτε το ενδεχόμενο  $A \cup B$  είναι το βέβαιο ενδεχόμενο

**10.** Αν ισχύει  $P(A) = P(A')$  τότε είναι πάντοτε  $N(A) = N(A')$

**Μονάδες 10**

Γ) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i) Αν  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $v$ , με  $k \leq v$ , τότε για τις σχετικές συχνότητες  $f_1, f_2, \dots, f_k$  ισχύει

A.  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 100$

B.  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = k^2$

Γ.  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

Δ.  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 100k$

ii) Στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων αν συμβολίσουμε με  $a_i$  το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος τότε το  $a_i$  ισούται με:

A.  $360^\circ v_i$

B.  $360^\circ f_i$

Γ.  $90^\circ f_i$

Δ.  $180^\circ v_i$

E.  $180^\circ f_i$

iii) Αν σε κάθε τιμή  $x_1, x_2, \dots, x_v$  ενός συνόλου δεδομένων δώσουμε διαφορετική βαρύτητα που εκφράζεται με τους συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας)  $w_1, w_2, \dots, w_v$ , τότε ο σταθμικός μέσος βρίσκεται από τον τύπο

A.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i w_i}{v}$

B.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i w_i}{\sum_{i=1}^v v_i}$

Γ.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i w_i}{\sum_{i=1}^v w_i}$

Δ.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i w_i}{\sum_{i=1}^v x_i}$

E.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i w_i}{\sum_{i=1}^v v_i^2}$

iv) Ο μέσος όρος των βαθμών των μαθητών της Γ' Τάξης Λυκείου είναι 12 και η τυπική απόκλιση 2,5. Υποθέτοντας ότι η κατανομή είναι περίπου κανονική το ποσοστό των μαθητών που έχει από 9,5 έως 12 είναι:

A. 68%

B. 34%

Γ. 13,5%

Δ. 16%

E. 95%

**Μονάδες 4**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  και τα ενδεχόμενά του  $A = \{1, 4, 5\}$  και  $B = \{2, 6\}$  για τα οποία ισχύουν :  $P(6) = 2P(4) = 4P(3) = 8P(2) = 8P(1)$  και  $P(A) = P(B)$

α) Να αποδείξετε ότι  $P(1) = P(2) = \frac{1}{20}$ ,  $P(3) = \frac{1}{10}$ ,  $P(4) = P(5) = \frac{1}{5}$ ,  $P(6) = \frac{2}{5}$

**Μονάδες 12**

β) Να βρείτε τις πιθανότητες  $P(A \cap B)$  και  $P(A \cup B)$

**Μονάδες 4**

γ) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου :

$\Gamma = \{ \alpha \in \Omega / \text{Η γραφική παράσταση της συνάρτησης } f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{(\alpha-1)x^2}{2} + 3(\alpha-2)x - 2013 \text{ να έχει 2 εφαπτομένες παράλληλες στη διχοτόμο της } 1^{ns} \text{ και } 3^{ns} \text{ γωνίας των αξόνων (δηλ. την } y = x) \}$

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Μια εταιρεία που παράγει είδη γραφείου έχει στον κατάλογο της  $v$  προϊόντα που οι τιμές τους  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_v$  (σε €) ακολουθούν περίπου κανονική κατανομή, με μέση τιμή  $\bar{x}$ , τυπική

απόκλιση  $s$  και συντελεστή μεταβολής  $CV$ , ενώ ισχύει ότι  $\sum_{i=1}^v t_i^2 = 340.000$

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση  $f(x) = \frac{-x^2 + 10x - 9}{x^2 + 10x + 9}$  για την οποία ισχύουν :

- Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος ισούται με το τοπικό μέγιστο της  $f$
- Το 97,5 % των παρατηρήσεων  $t_i$  είναι μεγαλύτερο από το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 12x - 13} - 1}{f(x)}$

α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία της

**Μονάδες 5**

β) Να αποδείξετε ότι είναι  $\bar{x} = 40$  και  $s = 10$

**Μονάδες 5**

γ) Να αποδείξετε ότι το πλήθος  $v$  των προϊόντων είναι 200

**Μονάδες 5**

δ) Στο τέλος του καταλόγου γράφει ότι σε όλες τις παραγγελίες μέσω διαδικτύου γίνεται έκπτωση 10 % , ενώ τα έξοδα αποστολής στο σπίτι για κάθε προϊόν είναι 9 €. Αν  $y_i$  με  $i = 1, 2, 3, \dots, v$  είναι η τελική τιμή του κάθε προϊόντος με ηλεκτρονική παραγγελία και αποστολή στο σπίτι, να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής του νέου δείγματος των  $y_i$

**Μονάδες 5**

ε) Στην επόμενη έκδοση του καταλόγου, ορισμένες από τις αρχικές τιμές  $t_i$  αντικαταστάθηκαν από τιμές κατά 5 € χαμηλότερες η κάθε μία. Έτσι η νέα μέση τιμή των προϊόντων του καταλόγου έγινε 39 €. Να βρείτε σε πόσα προϊόντα έγινε μείωση 5 €.

**Μονάδες 5**

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left[ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right]$$

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνονται οι αριθμοί 9, 15, 21, 3, 18, 6, 12 οι οποίοι έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$ , τυπική απόκλιση  $s$ , εύρος  $R$  και συντελεστή μεταβολής  $CV$ .

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση  $f(x) = s \cdot x^3 - \frac{\bar{x} + R}{4} \cdot x^2 + 2x - 4$

α) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία

**Μονάδες 5**

β) Έστω  $(\varepsilon)$  η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$ , στο σημείο τομής της με τον  $y'y$

i) Να βρείτε την εξίσωση της  $(\varepsilon)$

**Μονάδες 3**

ii) Θεωρούμε τα σημεία της εφαπτομένης αυτής με τετμημένες τους αρχικούς αριθμούς του δείγματος. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής των τεταγμένων των σημείων

**Μονάδες 5**

γ) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Οι πιθανότητες  $P(A)$ ,  $P(A \cup B)$  και  $P(A \cap B)$  είναι διαφορετικές μεταξύ τους και ανήκουν στο σύνολο

$\Sigma = \{CV, x_1, x_2, f(1)\}$  όπου  $x_1, x_2$  οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων της  $f$ . Να βρείτε :

i) Τις πιθανότητες  $P(A)$ ,  $P(A \cup B)$  και  $P(A \cap B)$

**Μονάδες 3**

ii) Την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο  $B$

**Μονάδες 3**

iii) Την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα  $A$  και  $B$

**Μονάδες 3**

iv) Την πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί το  $B$  ή να πραγματοποιηθεί το  $A$

**Μονάδες 3**

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**