



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727-222594  
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113-949422  
[www.syghrono.gr](http://www.syghrono.gr)

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ 19/ 04/ 2012

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Να αποδείξετε ότι:

- I) Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.
- II) Αν μια διάμεσος τριγώνου είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας στην οποία αντιστοιχεί τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή.

[ Μονάδες: 4+3]

B. Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή ως λάθος (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- Οι διαγώνιοι ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες. Σ ή Λ
- Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αν δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες. Σ ή Λ
- Οι απέναντι γωνίες ενός παραλληλογράμμου είναι παραπληρωματικές. Σ ή Λ
- Οι διαγώνιοι ενός ρόμβου τέμνονται κάθετα. Σ ή Λ
- Κάθε τετράγωνο είναι και ρόμβος. Σ ή Λ
- Η διάμεσος ενός ορθογωνίου τριγώνου που καταλήγει στην υποτείνουσα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας. Σ ή Λ
- Τραπεζίο ονομάζεται το τετράπλευρο το οποίο έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες. Σ ή Λ
- Ένα τραπέζιο λέγεται ισοσκελές αν οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση του είναι ίσες. Σ ή Λ
- Η διάμεσος τραapeζίου είναι παράλληλη προς τις βάσεις του τραapeζίου και είναι ίση με την ημιδιαφορά τους. Σ ή Λ
- Οι διαγώνιοι στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διχοτομούνται και είναι ίσες μεταξύ τους. Σ ή Λ
- Το σημείο τομής των διαμέσων ενός τριγώνου ονομάζεται βαρύκεντρο. Σ ή Λ
- Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός κυρτού  $n$ -γώνου είναι  $2n-4$  ορθές. Σ ή Λ

[ Μονάδες: 12x0,5]

Γ. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

| ΣΤΗΛΗ Α            | ΣΤΗΛΗ Β   |
|--------------------|---|
| Ορθογώνιο παραλλμο | 1. Δύο απέναντι πλευρές είναι παράλληλες και άνισες   |
| Τραπεζίο           | 2. Οι διαγώνιες είναι ίσες και τέμνονται κάθετα       |
| Ρόμβος             | 3. Είναι παραλλμο και όλες οι πλευρές του είναι ίσες. |
| Τετράγωνο          | 4. Το άθροισμα των γωνιών του είναι $400^\circ$ .     |
|                    | 5. Οι διαγώνιες είναι ίσες.                           |

[ Μονάδες: 2]

Δ. Να συμπληρώσετε τα κενά.

1. Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου .....
2. Το σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου λέγεται .....
3. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι ..... προς την τρίτη πλευρά και ίσο με .....
4. Ένα ορθογώνιο με κάθετες διαγώνιους είναι .....
5. Οι διαγώνιοι του ρόμβου ..... τις γωνίες.
6. Ένα παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο αν οι πλευρές του είναι ..... και οι διαγώνιοί του είναι .....
7. Σε κάθε τραπέζιο η διάμεσος είναι ..... και ίση με .....
8. Το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος λέγεται .....
9. Σε ισοσκελές τραπέζιο οι διαγώνιοι είναι ..... και οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση επίσης .....
10. Στο τετράγωνο οι διαγώνιοί του έχουν τις εξής ιδιότητες;
  - α) .....
  - β) .....
  - γ) .....
  - δ) .....

[ Μονάδες: 10]

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Α. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Αν τα ύψη ΒΕ και ΓΔ τέμνονται στο Ο να αποδείξετε ότι:

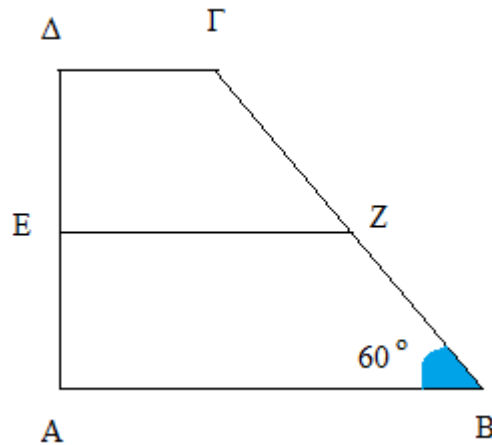
- 1) Το τρίγωνο ΒΟΓ είναι ισοσκελές.
- 2) Η  $\hat{A} = 2\hat{O}\hat{B}\hat{G} = 2\hat{O}\hat{G}\hat{B}$ .
- 3) Η ΔΕ είναι παράλληλη με τη ΒΓ.

[ Μονάδες: 3+4+5]

**B. 1)** Στο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $\angle A = \angle \Delta = 90^\circ$   
 και  $\angle B = 60^\circ$ .

Αν  $\Gamma\Delta = 2x$  και  $B\Gamma = 8x$  η διάμεσος του  
 τραπέζιου ισούται με:

- A.  $3x$     B.  $4x$     Γ.  $5x$   
 Δ.  $6x$     E.  $7x$



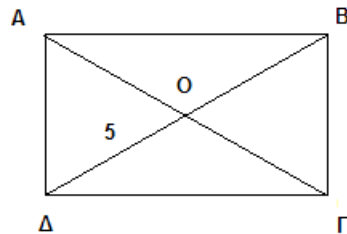
[ Μονάδες: 4]

**B. 2)** Στο διπλανό ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  το  
 O είναι το σημείο τομής των  
 διαγωνίων του. Αν είναι  $OD = 5$ ,  
 τότε η  $A\Gamma$  είναι:

A= 5      B=10

Γ=15      Δ= δεν ξέρουμε, γιατί δεν  
 έχουμε επαρκή στοιχεία

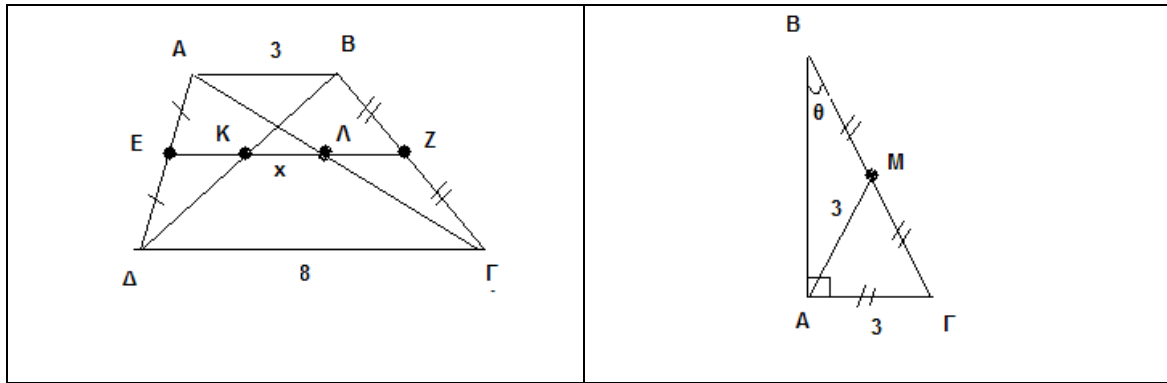
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



[ Μονάδες: 3]

**Γ.** Να υπολογίσετε τα  $x$ ,  $y$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  και  $\theta$  στα παρακάτω σχήματα:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

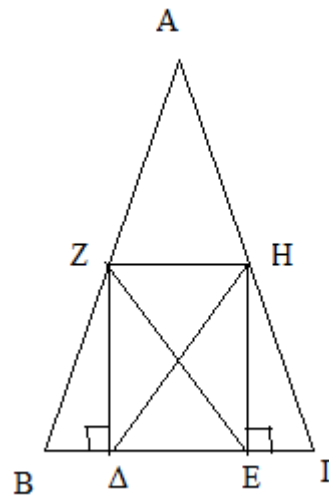


[ Μονάδες: 4]

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

**A.** Στο διπλανό σχήμα τα Z και Η είναι τα μέσα των ίσων πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα στο ισοσκελές τρίγωνο ABΓ.

- α) Δείξτε ότι  $BΔ = EΓ$ .
- β) Δείξτε ότι  $ZΕ = ΔΗ$ .
- γ) Δείξτε ότι το ZHEΔ είναι ορθογώνιο



[ Μονάδες: 3+5+4]

**B.** Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με  $AB = 2BΓ$ . Θεωρούμε M, N τα μέσα των πλευρών AB, ΓΔ αντίστοιχα και τμήμα AE κάθετο προς την BΓ. Να δείξετε ότι:

- α) το τετράπλευρο MBΓN είναι ρόμβος.
- β)  $MN = ME$

[ Μονάδες: 5+4]

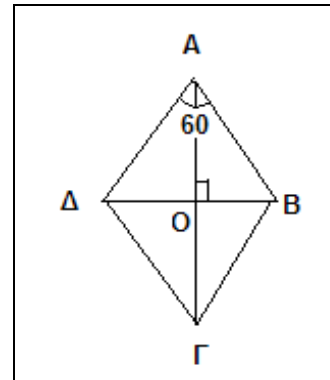
**Γ.** Έστω O το κέντρο παραλληλογράμμου ABΓΔ. Αν E και Z σημεία των OA και OΓ αντίστοιχα, ώστε  $OE = OZ$ , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο BEΔZ είναι παραλληλόγραμμο.

[ Μονάδες: 5]

Δ. Έστω  $AB\Gamma\Delta$  ρόμβος με  $\hat{A} = 60^\circ$  και  $A\Gamma, B\Delta$  οι διαγώνιοί του όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

i) Να αποδείξετε ότι  $OB = \frac{1}{2} \cdot AB$  (4 μονάδες)

ii) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $\Gamma B\Delta$  είναι ισόπλευρο. (3 μονάδες)



#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

A) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta$  ύψος,  $E$  μέσο της  $AB$ ,  $Z$  μέσο της  $A\Gamma$  και  $H$  μέσο της  $B\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:

i)  $EZ \parallel \Delta H$

[ Μονάδες: 3]

ii)  $ZH = E\Delta$

[ Μονάδες: 4]

B) Αν  $E$  και  $\Delta$  είναι τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ), να αποδείξετε ότι το  $\Delta E B\Gamma$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

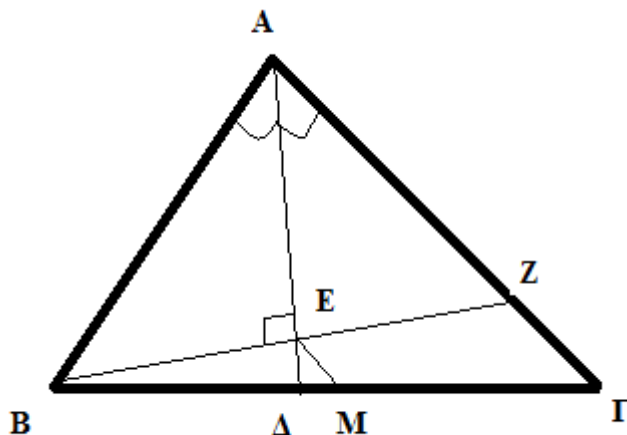
[ Μονάδες: 4]

Γ) Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ , η διχοτόμος του  $A\Delta$ ,  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$  και  $BZ \perp A\Delta$ .

Να αποδείξετε ότι:

i)  $EM \parallel A\Gamma$

ii)  $EM = \frac{A\Gamma - AB}{2}$



[ Μονάδες: 5+3]

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΙΣ ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ!**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 3 ΩΡΕΣ**