

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 2 / 12 / 12

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες :

i) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ ii) $\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$

[Μονάδες 15]

B. Κυκλώστε Σ για σωστή ή Λ για λάθος για καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ έχει μοναδική λύση, τότε $D \neq 0$. Σ ή Λ

2. Ισχύει η ταυτότητα $\epsilon\phi\omega + \sigma\phi\omega = 1$ Σ ή Λ

3. Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$, με $\alpha > 0$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} . Σ ή Λ

4. Οι γωνίες με άθροισμα 180° έχουν το ίδιο ημίτονο Σ ή Λ

5. Η συνάρτηση $f(x) = -5x^3 - 3x + 2$ έχει πεδίο ορισμού $A = \mathbb{R}$. Σ ή Λ

6. Μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει: $f(x_1) < f(x_2)$. Σ ή Λ

7. Η γραφική παράσταση κάθε άρτιας συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων. Σ ή Λ

8. Ισχύει $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \eta\mu x$ Σ ή Λ

9. Για κάθε γωνία ω ισχύει $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ Σ ή Λ

10. Η εξίσωση $x - y = 1$ έχει λύση το ζεύγος $(1, 2)$ Σ ή Λ

[Μονάδες 10]

Θέμα 2^ο

A. i) Αν $\varepsilon\varphi x = 2$ και $0 < x < \frac{\pi}{2}$ να βρεθούν οι άλλοι τριγωνομετρικοί αριθμοί της

γωνίας x και να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = 2\eta\mu^2 x - 3\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + 7\sigma\upsilon\nu^2 x$$

[Μονάδες 7]

ii) Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) 2\varepsilon\varphi x + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x} = (\varepsilon\varphi x + 1)^2$$

$$\beta) 1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \eta\mu x$$

[Μονάδες 8]

B. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\text{i)} \begin{cases} x - 3y = 2 \\ 6y - 2x = -4 \end{cases} \quad \text{ii)} \begin{cases} x^2 = 2y + 10 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

[Μονάδες 10]

Θέμα 3^ο

A. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις :

$$\text{i)} A = 4\varepsilon\varphi(495^\circ) \sigma\upsilon\nu(-120^\circ) \eta\mu(-30^\circ)$$

$$\text{ii)} B = \frac{\sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) \cdot \varepsilon\varphi(11\pi + \theta) \cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}{\eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(17\pi + \theta) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{19\pi}{2} + \theta\right)}$$

[Μονάδες 5+10]

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + 1$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$, η τιμή της $f(0)$ και να εξετάσετε αν η $f(x)$ είναι άρτια ή περιτή.

β) Να μελετηθεί η $f(x)$ ως προς τη μονοτονία στο $[0, +\infty)$.

γ) Να βρεθούν τα ακρότατα της $f(x)$ στο πεδίο ορισμού της.

- δ)** Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $\varphi(x)$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της $f(x)$, κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα προς τα κάτω.
- ε)** Αν $\varphi(x) = -2(x-3)^2$, να λυθεί η ανίσωση $\varphi(x+4)+1 < f(3-x)$ στο $[0, +\infty)$
- [Μονάδες 15]

Θέμα 4^ο

A. Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} (\lambda+1)x+4y=-2\lambda \\ 2x+(\lambda-1)y=-\lambda \end{cases}$$

- α)** Να λυθεί το παραπάνω σύστημα για τις διάφορες τιμές του λ .
- β)** Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathcal{R}$, οι ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις του παραπάνω συστήματος, τέμνονται, είναι παράλληλες ή ταυτίζονται;
- [Μονάδες 8+2]

B. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 + a|x|}$ διέρχεται από το σημείο $M(-1, -2)$.

- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$ και να αποδείξετε ότι $a = -2$
- β)** Να εξετάσετε αν η $f(x)$ είναι άρτια ή περιττή.
- γ)** Να λυθεί η εξίσωση $x^2 = \frac{f(2012)}{f(-2012)}x$

[Μονάδες 7+4+4]

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ