σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 05/ 02/ 2012

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ που έχει ρίζες τους αριθμούς x_1 , x_2

Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών $S=x_1+x_2$ ισούται με $S=-\dfrac{\beta}{\alpha}$

Να αποδείξετε ότι το γινόμενο των ριζών $P=x_1\cdot x_2$ ισούται με $P=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 10

Β. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ με x_1, x_2 ρίζες αυτής . Να γράψετε το τριώνυμο ως γινόμενο ανάλογα με το πλήθος των ριζών του.

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

1. Για την πιθανότητα των ενδεχομένων Α και Β ισχύει πάντα ότι $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

2. Αν $P(A)\leq P(B)$ τότε $A\subseteq B$

3. Ισχύει $|x|^2=x^2$

4. Αν $\alpha<\beta$ τότε $|\alpha-\beta|<0$

5. Ισχύει $d(x\ ,-3)=4\Leftrightarrow|x+3|=4$

Μονάδες 5

Δ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) Αν ισχύει $P(A)=0,7$, $P(B)=0,3$ και $P(A\cup B)=0,9$ τότε η $P(A\cap B)$ είναι ίση με :

Α : $P(A\cap B)=0,1$ Β : $P(A\cap B)=0,3$ Γ : $P(A\cap B)=0,7$ Δ : $P(A\cap B)=1$

β) Η ανίσωση $|x-1|>-2$ έχει λύσεις για :

Α : $x<-1$ ή $x>-1$ Β : $-1<x<1$ Γ : αληθεύει για κάθε $x\in R$ Δ : αδύνατη γ) Όταν η εξίσωση $\kappa x^2 - 4x - 35 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1 τότε ο αριθμός κ είναι ίσος με :

Α : $\kappa = \frac{1}{4}$ Β : $\kappa = -\frac{1}{4}$ Γ : $\kappa = 4$ Δ : $\kappa = -4$

δ) Η ανίσωση $-3x^2 + 4x - 2 < 0$ έχει λύσεις για :

Α : $x < 1$ Β : $1 < x < 2$ Γ : αληθεύει για κάθε $x \in R$ Δ : αδύνατη

ε) Η εξίσωση $|x| = -3$ έχει λύσεις :

Α : $x = -3$ ή $x = 3$ Β : $x = 0$ Γ : αληθεύει για κάθε $x \in R$ Δ : αδύνατη

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να αποδείξετε ότι $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3-\sqrt{6}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{6}} = 3$

Μονάδες 5

Β. Να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)^2 + 24\beta^2 \geq 8\alpha\beta$

Μονάδες 5

Γ. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις

α) $(2x+3)(4x+7) = 16x^2 - 49$

Μονάδες 5

β) $|x+1| = |3x-2|$

Μονάδες 5

Δ. Να λυθεί η εξίσωση $(\lambda^2 - 9)x - 3 = \lambda$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in R$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται τα τριώνυμα $A = x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 10$ και $B = x^2 + 4x + 4\lambda + 16$

Το τριώνυμο Α έχει ρίζα τον αριθμό 2 και το τριώνυμο Β αναλύεται σε γινόμενο παραγόντων.

α) Να αποδείξετε ότι $\lambda = -7$

Μονάδες 7

β) Για τις τιμές του x που ορίζεται η παράσταση $\frac{A}{B}$ να την απλοποιήσετε.

Μονάδες 6

γ) Να βρείτε τις παραστάσεις $A + 25$ και $B + 16$ και να τις παραγοντοποιήσετε

Μονάδες 5

δ) Αν ισχύει ότι $2 < x < 7$ να λύσετε την εξίσωση $\frac{\sqrt{B+16}}{3} - \frac{\sqrt{A+25}}{2} = \frac{1}{2}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^{o}

Θεωρούμε τον δειγματικό χώρο $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ και τα ενδεχόμενα A και B που ικανοποιούν τις παρακάτω συνθήκες :

Το A περιέχει στοιχεία x του δειγματικού χώρου τέτοια ώστε να ισχύει $x^2-12x+27\geq 0$

δηλαδή $A=\{x\in\Omega \ / \ x^2-12x+27\geq 0\}$

Το B περιέχει στοιχεία x του δειγματικού χώρου τέτοια ώστε να ισχύει $x^2-11x+30\leq 0$

δηλαδή $B=\{x\in\Omega \ / \ x^2-11x+30\leq 0\}$

α) Να αποδείξετε ότι είναι $A=\{1,2,3,9,10\}$ και $B=\{5,6\}$

Μονάδες 7

β) Να βρείτε τα σύνολα $A\cup B$ και $A\cap B$

Μονάδες 3

γ) Αν επιλέξουμε τυχαία ένα στοιχείο του δειγματικού χώρου , να βρείτε τις πιθανότητες :

i) $P(A)$ και $P(B)$

Μονάδες 5

ii) Να πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα A ή B

Μονάδες 5

iii) Να μην πραγματοποιείται κανένα από τα A και B

Μονάδες 5

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

Κ Α Λ Η   Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α