ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ 5/ 1/ 2011

Θέμα 1ο

180°**,** απέναντι εσωτερικές γωνίες, ίσες, συμπληρωματικές

Θέμα 2ο

A) $\widehat{\omega}=215^\circ, 360^\circ-215^\circ=145^\circ$

$\widehat{\varphi}+145^\circ=35^\circ+145^\circ=180^\circ$, επομένως οι εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές, άρα ΑΒ// ΓΔ.

B) 1) $\widehat{\varphi}=180^\circ-120^\circ=60^\circ$, $\widehat{\omega}=50^\circ+60^\circ=110^\circ$

2) Αφού ΑΒ//ΓΔ, $5\omega=\varphi$ ως εντός εναλλάξ γωνίες και $\omega+\varphi=180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες. Επομένως, $\omega+\varphi=180^\circ$ ή $\omega+5\omega=180^\circ$ ή $6\omega=180^\circ$ ή $\omega=30^\circ$, άρα φ= 5ω=$5\cdot 30^\circ=150^\circ$

Θέμα 3ο

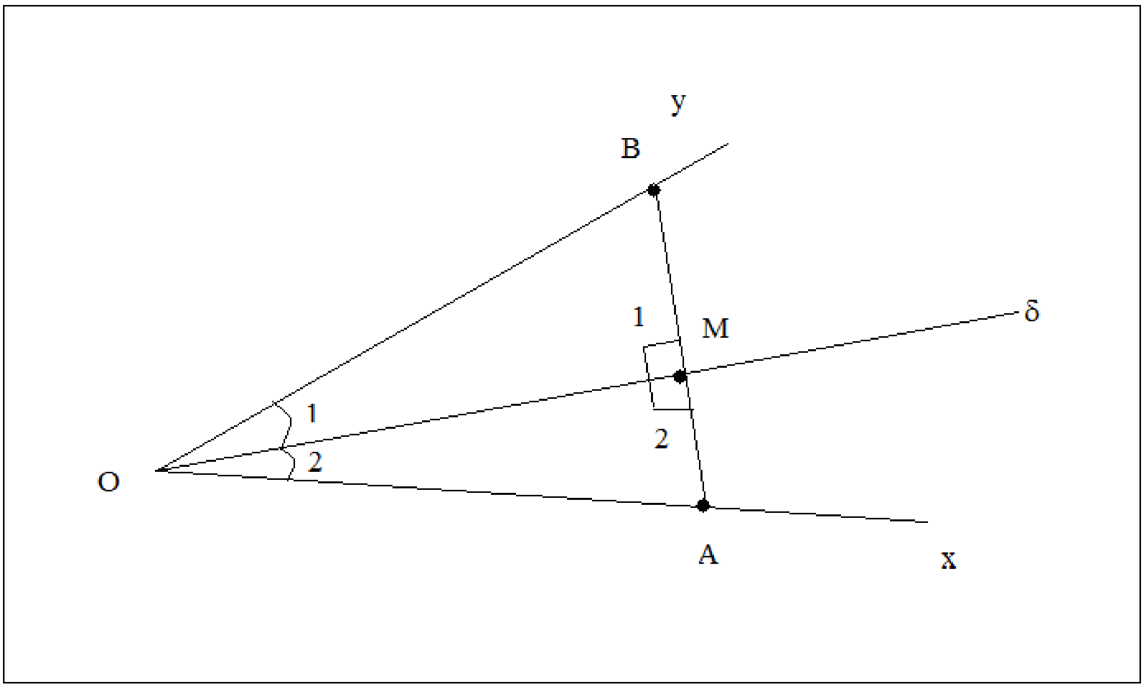
A) $\widehat{B}=\widehat{\Gamma}=A-33^\circ$

$A+B+\Gamma=180^\circ$ ή

$A+2(A-33^\circ)=180^\circ$ ή $A+2A-66=180^\circ$ ή $3A=246^\circ$ ή $A=82^\circ$

Άρα, $\widehat{B}=\widehat{\Gamma}=\widehat{A}-33^\circ=82-33=49$.

B)



α) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΜΒ και ΟΜΑ: 1) ΟΜ κοινή, 2) $O_1 = O_2$. Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, συνεπώς και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα είναι ίσα:

1) ΟΑ=ΟΒ, 2) ΒΜ=ΜΑ, 3) Α=Β.

β) Αφού, ΒΜ= ΜΑ, η ΟΜ είναι διάμεσος του τριγώνου ΟΑΒ.

Θέμα 4ο

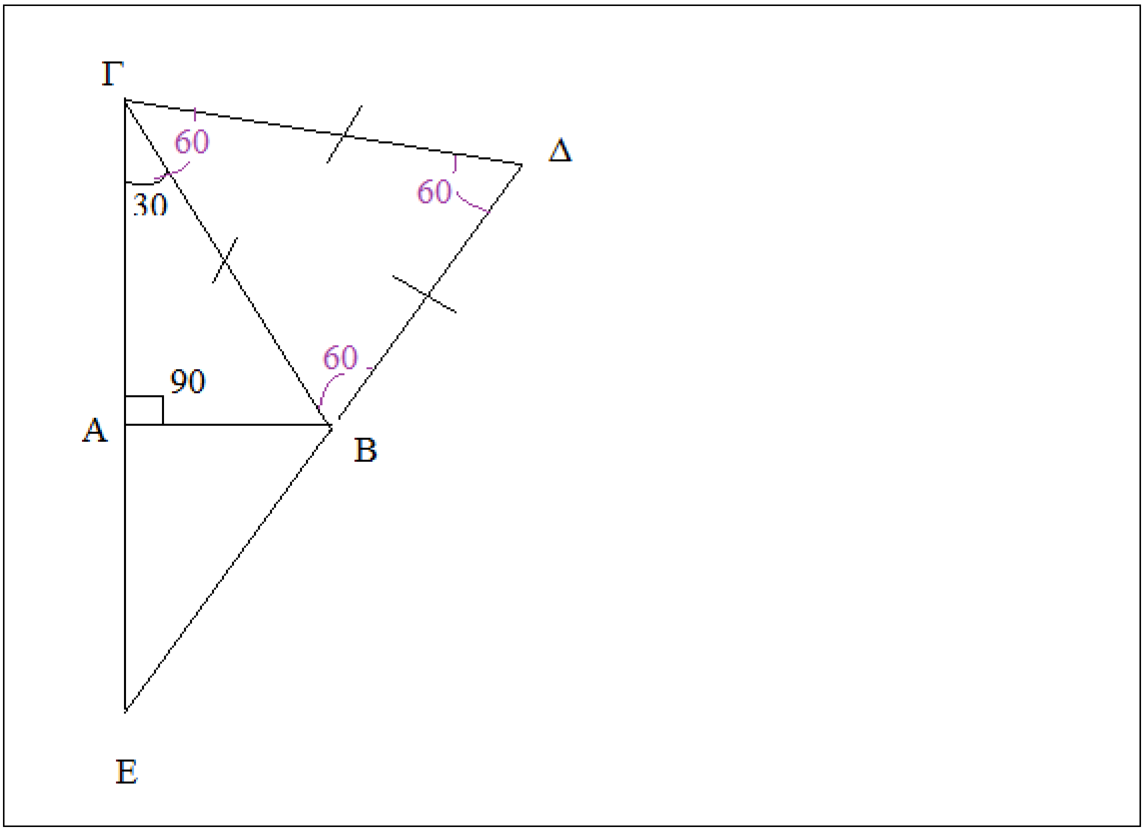
Α) Α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΑΝΓ: 1) ΑΒ=ΑΓ, 2) ΒΜ=ΓΝ , 3) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$. Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, επομένως και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα είναι ίσα: 1) ΑΜ=ΑΝ, 2) $M_1 = N_1$, 3) $A_1 = A_2$.

Β) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΚΜ και ΓΛΝ: 1) ΒΜ=ΓΝ , 2) $M_2 = N_2$, ως αναπληρωματικές ίσων γωνιών. Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, επομένως και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα είναι ίσα: 1) ΜΚ=ΝΛ , 2) $B_1 = \Gamma_1$, 3) ΒΚ=ΓΛ.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΓΛ: 1) ΑΒ=ΑΓ , 2) $A_1 = A_2$. Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, επομένως και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα είναι ίσα:

1) ΑΚ=ΑΛ, 2) Β΄=Γ΄, 3) ΒΚ=ΓΛ.

Β) Α)Το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ισόπλευρο, επομένως θα έχει όλες τις γωνίες του ίσες με 60°. Έτσι, θα έχουμε: $A\hat{\Gamma}\Delta = \Gamma + \Gamma_1 = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$. Και επειδή, $\widehat{\Gamma_1} = \hat{B} = 60^\circ$ (εντός εναλλάξ γωνίες) , άρα ΓΔ//ΑΒ



Β) Στο τρίγωνο ΑΒΕ, η γωνία Β΄= 60° . Επομένως, στο τρίγωνο ΓΒΕ, η ΒΑ είναι και ύψος και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής, άρα και διάμεσος. Δηλαδή, το τρίγωνο ΓΒΕ είναι ισοσκελές και είναι αυτονόητο ότι το Α είναι μέσο του ΓΕ και ΒΕ=ΒΓ.

Το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ορθογώνιο και ΒΓ= ΒΔ=ΒΕ, επομένως το Β είναι μέσο του ΔΕ.