σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 4 / 11 / 12

ΘΕΜΑ 1ο

Α) Σ, Λ, Λ, Σ, Σ, Λ, Λ, Σ

Β) α) ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ, ΓΔ, ΓΕ, ΔΕ.

β) ΑΒ, ΓΔ, ΓΕ

γ) i) ΑΔ, ii) ΒΕ, iii) ΒΔ, iv) ΑΓ

Γ) σχολικό βιβλίο σελ. 20 Θεώρημα ΙΙΙ

ΘΕΜΑ 2ο

Α) 1) μοναδική, 2) τεμνόμενες – τομή, 3) παράλληλες, 4) αντικείμενες ημιευθείες, 5) μηδενική – πλήρης, 6) μεσοκάθετος, 7) εφεξής, 8) κατακορυφήν, 9) συμπληρωματικές, 10) έχουν άθροισμα μία ευθεία γωνία ή 180ο, 11) επίκεντρη, 12) τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες

Β) Αφού ω η οξεία γωνία, τότε η συμπληρωματική της θα είναι ίση με $90^\circ - \widehat{\omega}$ και η παραπληρωματική της ίση με $180^\circ - \widehat{\omega}$. Άρα θα έχουμε: $\left(90^\circ - \widehat{\omega}\right) + \left(180^\circ - \widehat{\omega}\right) = 130^\circ$

$$90^\circ - \widehat{\omega} + 180^\circ - \widehat{\omega} = 130^\circ$$

$$-2\widehat{\omega} = 130^\circ - 90^\circ - 180^\circ$$

$$\frac{-2\widehat{\omega}}{-2} = \frac{-140^\circ}{-2}$$

$$\widehat{\omega} = 70^\circ$$

Οπότε η συμπληρωματική θα ισούται με $90^\circ - 70^\circ = 20$ και η παραπληρωματική με $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

Άρα, σωστή απάντηση η Α.

Γ) Α. α Β. γ Γ. γ Δ. γ Ε. γ

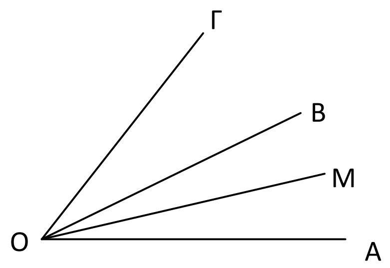
ΘΕΜΑ 3ο

Α) α) $A\hat{O}\Gamma - B\hat{O}\Gamma = A\hat{O}B$

β) i) Επειδή η ΟΜ είναι διχοτόμος

έχουμε $2A\hat{O}M = A\hat{O}B$

άρα $A\hat{O}M = \frac{1}{2}(A\hat{O}\Gamma - B\hat{O}\Gamma)$



ii) $\Gamma\hat{O}M = \Gamma\hat{O}B + B\hat{O}M$ (1) και

$\Gamma\hat{O}M = \Gamma\hat{O}A - A\hat{O}M$ (2)

Προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχουμε:

$2\Gamma\hat{O}M = A\hat{O}\Gamma + B\hat{O}\Gamma$.

Β) α) $\Gamma\hat{O}B = 60^0$, $A\hat{O}B = 50^0$, $A\hat{O}\Gamma = 110^0$

β) 110^0, 250^0, 310^0

Γ) (α) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΒΜΔ και ΓΜΕ έχουν,

- ΒΔ=ΓΕ (από υπόθεση)
- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (γιατί το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές)
- ΒΜ=ΜΓ (γιατί το Μ είναι μέσο της βάσης ΒΓ)

Επομένως ισχύει το Π-Γ-Π άρα ΜΔ=ΜΕ .Οπότε το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

(β) Ισχύει ότι: ΑΒ=ΑΓ (1) και ΒΔ=ΕΓ (2)

Αφαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχουμε ΑΔ=ΑΕ.

(γ) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΔΜ και ΑΕΜ έχουν,

- ΑΜ κοινή πλευρά
- ΜΔ=ΜΕ (από ερώτημα (α))
- ΑΔ=ΑΕ (ως διαφορά ίσων τμημάτων)

Επομένως ισχύει το Π-Π-Π, άρα τα τρίγωνα ΑΔΜ και ΑΕΜ είναι ίσα.

ΘΕΜΑ 4ο

Α) Είναι από υπόθεση: $\overset{\frown}{\text{ΑΕ}} = \overset{\frown}{\text{ΕΒ}} = \dfrac{\overset{\frown}{\text{ΑΒ}}}{2}$ (1) και $\overset{\frown}{\text{ΕΖ}} = \dfrac{\overset{\frown}{\text{ΒΓ}}}{2}$ (2)

Έτσι έχουμε: $\overset{\frown}{\text{ΑΖ}} = \overset{\frown}{\text{ΑΕ}} + \overset{\frown}{\text{ΕΖ}} \overset{(1),(2)}{=} \dfrac{\overset{\frown}{\text{ΑΒ}}}{2} + \dfrac{\overset{\frown}{\text{ΒΓ}}}{2} = \dfrac{\overset{\frown}{\text{ΑΓ}}}{2}$, οπότε το σημείο Ζ είναι μέσο του $\overset{\frown}{\text{ΑΓ}}$.

Β) α) Είναι από υπόθεση: ΑΔ= ΑΒ (1), ΑΕ= ΑΓ (2)

Οι γωνίες $\widehat{\text{ΔΑΕ}}$ και $\widehat{\text{ΒΑΓ}}$ είναι κατακορυφήν, οπότε: $\widehat{\text{ΔΑΕ}} = \widehat{\text{ΒΑΓ}}$ (3)

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει (από κριτήριο Π-Γ-Π) ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι ίσα, επομένως: $\hat{\Delta} = \hat{\text{Β}}$ (4) και ΔΕ= ΒΓ (5)

β) Οι γωνίες $\widehat{\text{ΒΑΜ}}$ και $\widehat{\text{ΔΑΖ}}$ είναι κατακορυφήν, άρα: $\widehat{\text{ΒΑΜ}} = \widehat{\text{ΔΑΖ}}$ (6) και από υπόθεση ισχύει ότι: $\text{ΜΒ} = \text{ΜΓ} = \dfrac{\text{ΒΓ}}{2}$ (7). Από τις σχέσεις (1), (4) και (6) προκύπτει ότι τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΒΜ είναι ίσα, οπότε: $\Delta\text{Ζ} = \text{ΒΜ} \overset{(7)}{=} \dfrac{\text{ΒΓ}}{2} \overset{(5)}{=} \dfrac{\Delta\text{Ε}}{2}$

άρα το σημείο Ζ είναι μέσο της ΔΕ, δηλαδή η ΑΖ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΔΕ.