

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ 64
Σχολικό βιβλίο σελ 65

A2. Σχολικό βιβλίο σελ 77

A3. Λ - Σ - Λ - Σ

ΘΕΜΑ Β

B1.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} \Leftrightarrow 12,6 = \frac{10 \cdot 4 + 11 \cdot 2 + 15 \cdot v_3 + 19 \cdot 1}{4 + 2 + v_3 + 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12,6 = \frac{81 + 15 \cdot v_3}{7 + v_3} \Leftrightarrow 12,6 \cdot (7 + v_3) = 81 + 15 \cdot v_3 \Leftrightarrow 88,2 + 12,6 \cdot v_3 = 81 + 15 \cdot v_3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2,4 \cdot v_3 = 7,2 \Leftrightarrow v_3 = \frac{7,2}{2,4} \Leftrightarrow v_3 = 3$$

B2.

α)

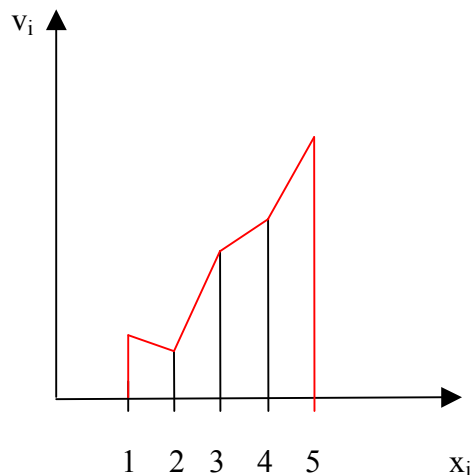
Ημέρες απουσίας x_i	Εργαζόμενοι που απουσίασαν v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$	α_i
1	20	0,10	20	0,10	10	10	36°
2	15	0,075	35	0,175	7,5	17,5	27°
3	45	0,225	80	0,40	22,5	40	81°
4	50	0,25	130	0,65	25	65	90°
5	70	0,35	200	1	35	100	126°
Σύνολο	200	1	-	-	100	-	360°

β)

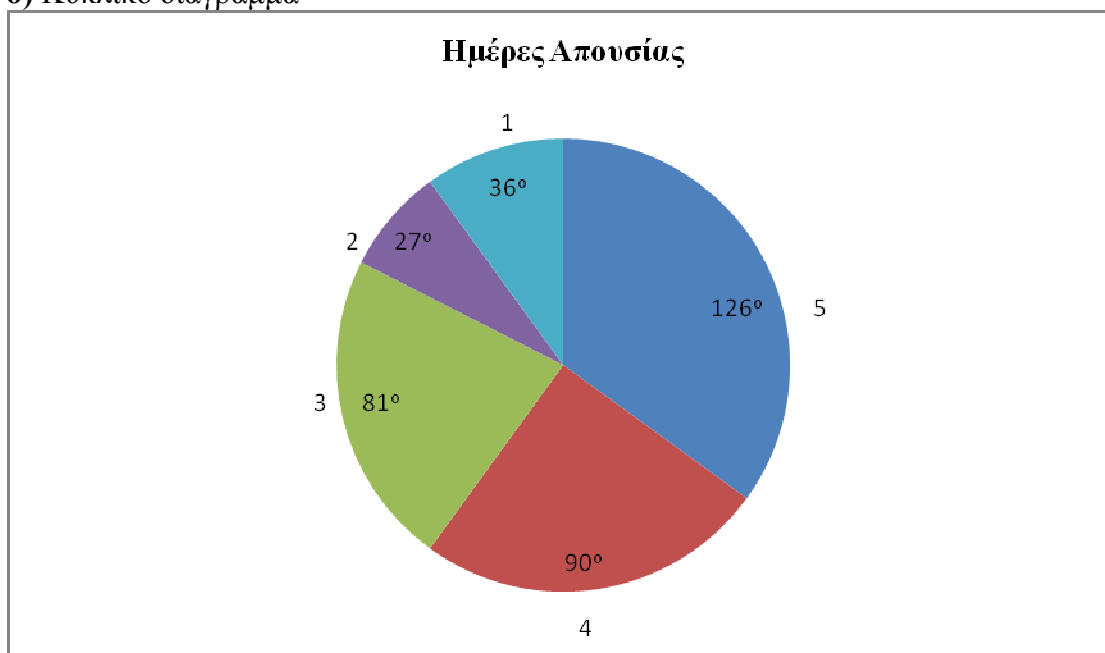
Επικρατούσα τιμή είναι το 5.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4 + x_5 v_5}{v} = \frac{1 \cdot 20 + 2 \cdot 15 + 3 \cdot 45 + 4 \cdot 50 + 5 \cdot 70}{200} = \frac{735}{200} = 3,675$$

γ) Διάγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων



δ) Κυκλικό διάγραμμα



- ε) i) τουλάχιστον 2 ημέρες: 180 εργαζόμενοι ή 90%
 ii) πάνω από 3 ημέρες: 120 εργαζόμενοι ή 60%
 iii) από 3 ως 5 ημέρες: 165 εργαζόμενοι ή 82,5%
 iv) το πολύ 5 ημέρες: 200 εργαζόμενοι ή 100%
 v) ακριβώς 5 ημέρες: 70 εργαζόμενοι ή 35%

ΘΕΜΑ Γ

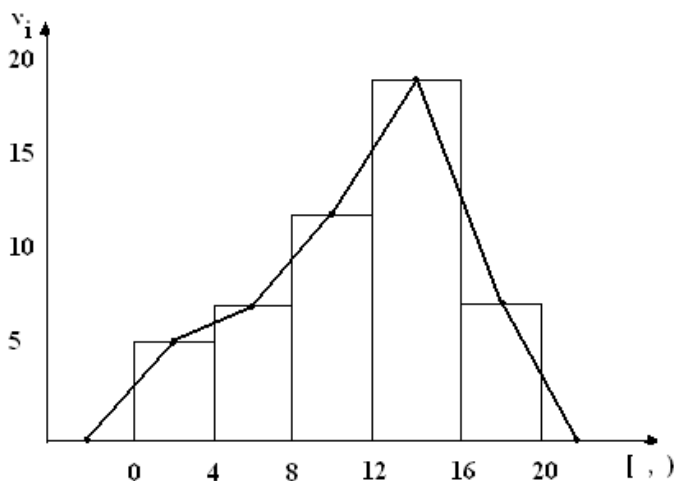
α)

Κλάσεις	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$	α_i
[0,4)	2	5	5	10	10	36°
[4,8)	6	7	12	14	24	$50,4^\circ$
[8,12)	10	13	25	26	50	$93,6^\circ$
[12,16)	14	18	43	36	86	$129,6^\circ$
[16,20)	18	7	50	14	100	$50,4^\circ$
Σύνολο	-	50	-	100	-	360°

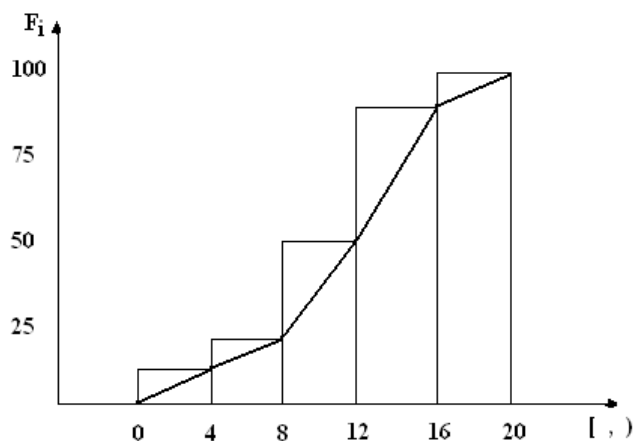
β)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4 + x_5 v_5}{v} = \frac{2 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 10 \cdot 13 + 14 \cdot 18 + 18 \cdot 7}{50} = \frac{560}{50} = 11,2$$

γ) Ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνότητων.



δ) Ιστόγραμμα και πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.



ε) Από το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων έχουμε ότι $\delta = 12$

ζ) $36\% + 14\% = 50\%$

η) $10\% + 14\% = 24\%$

ΘΕΜΑ Δ

A. (α) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4}$ ορίζεται όταν:

$$x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq 2 \text{ και } x \neq -2$$

Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο: $A_f = \mathbb{R} - \{2, -2\}$

(β) Η συνάρτηση $g(x) = \frac{2x-1}{x^2+2x-3}$ ορίζεται όταν:

$$x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$x^2 + 2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) \neq 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 0 \text{ και } x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ και } x \neq -3$$

Άρα το πεδίο ορισμού της g είναι το σύνολο: $A_g = \mathbb{R} - \{-3, 1\}$

(γ) Η συνάρτηση $h(x) = \ln(x-1)$ ορίζεται όταν:

$$x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Άρα το πεδίο ορισμού της h είναι το σύνολο: $A_h = (1, +\infty)$

B. Το σημείο $A(2, 8)$ θα βρίσκεται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f εφόσον $f(2) = 8$.

$$\text{Είναι: } f(2) = \lambda \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 = 4\lambda - 6$$

$$\text{οπότε θέλουμε } 4\lambda - 6 = 8 \Rightarrow 4\lambda = 14 \Rightarrow \lambda = \frac{14}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{7}{2}$$

Γ. (α) $i) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (\kappa x^3 - 2x) = \kappa \cdot 2^3 - 2 \cdot 2 = 8\kappa - 4$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 2x) = 2^2 - 2 \cdot 2 = 4 - 4 = 0$$

(β) Η f έχει όριο στο $x_0 = 2$ μόνον όταν $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$,

$$\text{δηλαδή όταν } 8\kappa - 4 = 0 \Rightarrow 8\kappa = 4 \Rightarrow \kappa = \frac{4}{8} \Rightarrow \kappa = \frac{1}{2}$$