σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 30/10/11

ΘΕΜΑ Α

1. Αν $A(x_1 , y_1)$ και $B(x_2 , y_2)$ είναι δύο σημεία του επιπέδου , να αποδείξετε ότι για τις συντεταγμένες του μέσου $M(x , y)$ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ ισχύει

$x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ **Μονάδες 5**

2. Αν $\vec{\alpha} = (x_1 , y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2 , y_2)$ δύο κάθετα διανύσματα , να αποδείξετε ότι για τους συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}$ και $\lambda_{\vec{\beta}}$ ισχύει ότι $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$ **Μονάδες 5**

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό** ή **Λάθος**

α. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

β. Αν $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{\Delta\Gamma}$ τότε το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο

γ. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma A} = \vec{0}$

δ. Αν το Μ μέσο του ΑΒ τότε για κάθε σημείο Ο ισχύει $\overrightarrow{OM} = \dfrac{\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}}{2}$

ε. Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$ τότε $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = 1$

στ. Αν $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$ τότε το Μ είναι μέσο του $\overrightarrow{AB}$

ζ. Αν $\vec{\alpha} = (x , y)$, με $x , y \neq 0$ τότε ο συντελεστής διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}} = \dfrac{y}{x}$

η. Για τα σημεία $A(x_1 , y_1)$ και $B(x_2 , y_2)$ ισχύει ότι $\overrightarrow{BA} = (x_2 - x_1 , y_2 - y_1)$

θ. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα ισχύει $\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{0}$

ι. Αν ισχύει $\det(\vec{\alpha} , \vec{\beta}) = 0$ τότε υπάρχει αριθμός $\lambda \in R$ ώστε να ισχύει $\vec{\alpha} = \lambda\vec{\beta}$

Μονάδες 10

4. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι παράλληλα τότε για τους συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$ ισχύει

Α. $\lambda_{\vec{\alpha}} + \lambda_{\vec{\beta}} = 0$ **Β.** $\lambda_{\vec{\alpha}} = \lambda_{\vec{\beta}}$ **Γ.** $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$ **Δ.** $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = 0$

β. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΜ είναι η διάμεσος . Τότε ισχύει

Α. $\overrightarrow{\text{MA}} = 2\overrightarrow{\text{AB}}$ **Β.** $\overrightarrow{\text{BM}} = \overrightarrow{\Gamma\text{M}}$ **Γ.** $2\overrightarrow{\text{AM}} = \overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{A}\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{\text{AB}} = \overrightarrow{\text{A}\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\text{M}}$

γ. Για το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ ισχύει

Α. $\overrightarrow{\text{AB}} = \overrightarrow{\text{A}\Gamma}$ **Β.** $\overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{A}\Delta} = \overrightarrow{\text{B}\Delta}$ **Γ.** $\overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{A}\Gamma} = \overrightarrow{\text{B}\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{A}\Delta} = \overrightarrow{\text{A}\Gamma}$

δ. Αν $\text{A}(\lambda\ ,\ 2)$ και $\text{B}(-3\ ,\ \mu)$ και το διάνυσμα $\overrightarrow{\text{AB}} = (1\ ,\ 2)$ τότε είναι

Α. $\lambda = 2\ ,\ \mu = 2$ **Β.** $\lambda = 2\ ,\ \mu = -2$ **Γ.** $\lambda = -4\ ,\ \mu = 4$ **Δ.** $\lambda = 4\ ,\ \mu = -4$

ε. Αν $\vec{\alpha} = (x\ ,\ y)$ με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} // x'x$ τότε ισχύει

Α. $x = 0\ ,\ y \neq 0$ **Β.** $x = 0\ ,\ y \in R$ **Γ.** $x \neq 0\ ,\ y \neq 0$ **Δ.** $x \neq 0\ ,\ y = 0$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

1. Δίνονται τα σημεία $\text{A}(-1\ ,\ 2)$, $\text{B}(1\ ,\ 4)$ και $\Gamma(-3\ ,\ 4)$

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{\text{AB}}$ και $\overrightarrow{\text{A}\Gamma}$ **Μονάδες 3**

β. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου **Μονάδες 3**

γ. Να βρείτε το $|\overrightarrow{\text{AB}}|$ **Μονάδες 3**

δ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές **Μονάδες 3**

ε. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ της ΒΓ και το $|\overrightarrow{\text{AM}}|$ **Μονάδες 4**

στ. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u} = 2\overrightarrow{\text{AM}} - 3\overrightarrow{\text{MB}}$ **Μονάδες 3**

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2\ ,\ -4)$, $\vec{\beta} = (-3\ ,\ -2)$ και $\vec{\gamma} = (7\ ,\ -6)$. Να αναλύσετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

1. Δίνονται τα σημεία Α , Β , Γ και το σημείο Μ για το οποίο ισχύει η σχέση $7\overrightarrow{\text{MB}} + 3\overrightarrow{\Gamma\text{M}} = 4\overrightarrow{\text{MA}}$.
Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ είναι συνευθειακά **Μονάδες 7**

2. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$, $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + \vec{\gamma}$ και $\overrightarrow{O\Gamma} = 3\vec{\alpha} + 5\vec{\beta} + 3\vec{\gamma}$.
Να αποδείξετε ότι το Β είναι μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ **Μονάδες 8**

3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ , Ε , Ζ τέτοια ώστε να ισχύουν $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{\Gamma E} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{A\Gamma}$. Αν ονομάσουμε $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$ τότε :

α. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{\Delta Z}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ , Ε , Ζ είναι συνευθειακά

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

1. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Μ μέσο της ΒΓ . Να βρείτε τα $\kappa , \lambda \in R$ για τα οποία ισχύει

$$\kappa \cdot \overrightarrow{B\Gamma} + \lambda \cdot \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{A\Gamma} - 7\overrightarrow{AB}$$

Μονάδες 5

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις
$\vec{\alpha} = \left(3 , -2 - |\vec{\beta}|\right)$ και $\vec{\beta} = \left(4 - |\vec{\alpha}| , \sqrt{3}\right)$

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Μονάδες 5

β. Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον άξονα x΄x

Μονάδες 5

γ. Αν $\vec{\gamma} = (\mu , 2 - \mu)$ να βρείτε το $\mu \in R$ ώστε να είναι $\vec{\gamma}$ παράλληλο στο $\vec{\alpha}$.

Μονάδες 5

3. Δίνονται τα σημεία $A(x , -2)$, $B(16 , x + 2)$ και $\Gamma(5 , x)$, με $x \in R$. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει ότι $\left|2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{B\Gamma}\right| = \left|\overrightarrow{A\Gamma}\right|$

Μονάδες 5

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

Κ Α Λ Η   Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α

Απαγορεύονται τα σκονάκια !!!