<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 30 / 10 / 2011</u>

ΘΕΜΑ 1ο

Α) Λ , Σ , Σ , Λ , Σ , Σ

Β) i) ΑΒ , ΒΓ , ΑΓ **ii)** Αx, Αx΄, Βx, Βx΄, Γx, Γx΄ **iii)** ΑΓ - δεν μπορούμε να προσθέσουμε τα τμήματα γιατί δεν είναι διαδοχικά - ΒΓ

Υποσημείωση: Μπορούμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε δύο ή περισσότερα ευθύγραμμα τμήματα όταν είναι διαδοχικά και βρίσκονται πάνω στον ίδιο φορέα.

Γ) απόδειξη Θεωρήματος ΙΙΙ, σελίδα 20, σχ. βιβλίου

ΘΕΜΑ 2ο

Α) μία - παράλληλες - αντικείμενες - διαδοχικά - ορθή - $\perp$ - μεσοκάθετος - εφεξής - συμπληρωματικές - έχουν άθροισμα μία ευθεία γωνία - διάμετρος – αντιδιαμετρικά – ίσοι - απόστημα - η κορυφή της είναι το κέντρο του κύκλου

Β) Η παραπληρωματική της ω είναι η $180^\circ - \omega$ και η συμπληρωματική της ω είναι η $90^\circ - \omega$. Σχηματίζουμε την παρακάτω εξίσωση και τη λύνουμε.

$$\begin{aligned}
&\left(180^\circ - \omega\right) + \left(90^\circ - \omega\right) = 130^\circ \text{ ή}\\
\text{ή } &180^\circ - \omega + 90^\circ - \omega = 130^\circ \text{ ή}\\
\text{ή } &270^\circ - 2\omega = 130^\circ \text{ ή}\\
\text{ή } &2\omega = 270^\circ - 130^\circ \text{ ή}\\
\text{ή } &2\omega = 140^\circ \text{ ή}\\
\text{ή } &\omega = \frac{140^\circ}{2} \text{ ή}\\
\text{ή } &\omega = 70^\circ
\end{aligned}$$

Άρα, σωστή απάντηση είναι η Α.

Γ) 1) Οι γωνίες α και β ονομάζονται <u>**παραπληρωματικές**</u> , οι γωνίες α και ε ονομάζονται <u>**εντός εναλλάξ**</u>, οι γωνίες ε και φ ονομάζονται <u>**κατακορυφήν**</u> και οι γωνίες α και φ ονομάζονται <u>**εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες**</u>

2) $\alpha = \varphi = 55^\circ$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες

$\beta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$, ως παραπληρωματική της α

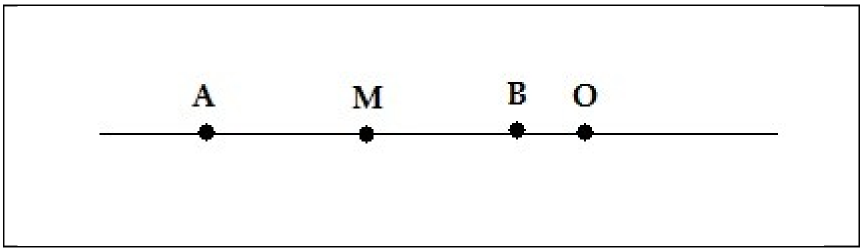
$\gamma = 105^\circ = \gamma'$, όπου γ' η κατακορυφήν της γ και $\gamma' = 105^\circ$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες

$\delta = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$, ως παραπληρωματική της γ

$\varepsilon = \varphi = 55^\circ$, ως κατακορυφήν γωνίες

ΘΕΜΑ 3ο

Α) 1) Γράφουμε πρώτα τη σχέση που προκύπτει από τα δεδομένα. Επειδή το σημείο Μ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, θα ισχύει ότι: ΑΜ= ΜΒ (1).

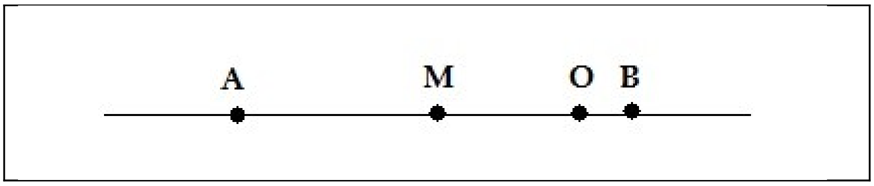


Στη συνέχεια, θα ξεκινήσουμε από το 2ο μέλος της ισότητας που μας ζητάνε να αποδείξουμε, εκφράζοντας το κάθε τμήμα ΟΑ και ΟΒ με τη βοήθεια του τμήματος ΟΜ, γιατί εκεί θέλουμε να καταλήξουμε.
Επομένως, θα έχουμε:

$$\frac{1}{2}(OA+OB)=\frac{OA+OB}{2}=\frac{(OM+MA)+(OM-MB)}{2}=$$

$$=\frac{OM+\cancel{MA}+OM\cancel{-MB}}{2}=\frac{\cancel{2}OM}{\cancel{2}}=OM \Leftrightarrow \frac{1}{2}(OA+OB)=OM$$ (αφού ΑΜ= ΜΒ)

2) Και πάλι ισχύει ότι: ΑΜ= ΜΒ (1).



Ομοίως, θα έχουμε:

$$\frac{1}{2}(OA-OB)=\frac{OA-OB}{2}=\frac{(OM+MA)-(MB-OM)}{2}=$$

$$=\frac{OM+\cancel{MA}\cancel{-MB}+OM}{2}=\frac{\cancel{2}OM}{\cancel{2}}=OM \Leftrightarrow \frac{1}{2}(OA-OB)=OM$$

Β) Είναι $\overset{\frown}{\Gamma\Delta}=180^\circ-80^\circ-70^\circ=30^\circ$, άρα $\overset{\frown}{\Gamma E}=60^\circ$.
Επίσης, $\widehat{AZE}=360^\circ-180^\circ-30^\circ=150^\circ$

ΘΕΜΑ 4ο

Α) Θα έχουμε: $x+5x=180^\circ$ ή $6x=180^\circ$ ή $x=\frac{180^\circ}{6}$ ή $x=30^\circ$

Άρα, $5x = 5 \cdot 30^{\circ} = 150^{\circ}$

B) Καθένα από τα ίσα τόξα $\overset{\frown}{A\Gamma}, \overset{\frown}{\Gamma B}, \overset{\frown}{B\Delta}$ και $\overset{\frown}{\Delta A}$ στα οποία διαιρείται ο κύκλος από τις κάθετες διαμέτρους ΑΒ και ΓΔ, λέγεται τεταρτοκύκλιο και ισούται με:

$\frac{1}{4}$ του κύκλου$= \frac{1}{4} \cdot 360^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{4} = 90^{\circ}$