ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Θέμα Α

Α1) Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 150

Α2) Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87

Α3) Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 14

Α4) α. Σ

β. Λ

γ. Σ

δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

$$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1, \quad x\in\mathbb{R}$$

Β1)

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} \right.$$

	$-\infty$	2		3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
f(x)	↗		↘		↗
		Τ.Μ		Τ.Ε	

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 \rangle 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

Η f παρουσιάζει στο $x_0 = 2$ τ.μέγιστο με τιμή

$$f(2) = \frac{8}{3} - \frac{20}{2} + 12 - 1$$

$$f(2) = \frac{8}{3} + 1 = \frac{11}{3}$$

Η f παρουσιάζει στο $x_0 = 3$ τ.ελάχιστο

με τιμή $f(3) = \frac{3^3}{3} - \frac{5}{2} \cdot 9 + 18 - 1 = 9 - \frac{45}{2} + 17 = 26 - \frac{45}{2} = \frac{7}{2}$

Β2) Η εξίσωση εφαπτομένης της C_f στο $A(0, f(0))$ είναι

$$\left.\begin{array}{l} y=\lambda x+\beta \\ \lambda = f'(0)=6 \end{array}\right\} y=6x+\beta$$

$$\mathrm{A}\big(0, f(0)\big) \in \text{ εφαπτ. } \Rightarrow\ -1=6\cdot 0+\beta \Rightarrow (\beta=-1)$$

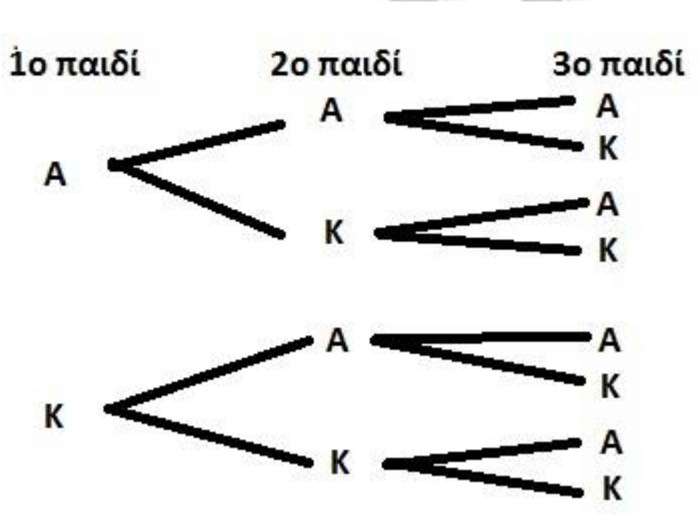
$$f(0)=-1 \qquad\qquad \mathit{Άρα}\quad y=6x-1$$

Β3)

$$\lim_{x\to -1}\frac{f'(x)-12}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x-6}{x+1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}$$
$$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-6)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-6)=-1-6=-7$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1)



$$\Omega = \{\mathrm{AAA, AAK, AKA, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK}\}$$

Γ2) $\mathrm{A} = \{\text{το πρώτο παιδί κορίτσι}\} = \{\mathrm{KAA, KAK, KKA, KKK}\}$

$B = \{AKK, KAK, KKA, KKK\}$

$\Gamma = \{AAA, AAK, KKA, KKK\}$

Γ3)

α)

$$P(\Delta) = P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

$(A \cap B) = \{KAK, KKA, KKK\}$

$$P(E) = P(A \cup B) = \frac{N(A \cup B)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$$

$(A \cup B) = \{KAA, KAK, KKA, KKK, AKK\}$

$$P(Z) = P(\Gamma - E) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$\Gamma - E = \Gamma \cap E' = \{AAA, AAK\}$

β) $H = (A \cup B)' = E'$

Άρα $P(H) = P(E') = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

$\Theta = (A - B) \cup (B - A)$

$$P(\Theta)=P\big((A-B)\cup(B-A)\big)=P(A-B)+P(B-A)$$

A-B , B-A ασυμβίβαστα

$$=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$$
$$=\frac{4}{8}+\frac{4}{8}-2\cdot\frac{3}{8}$$
$$=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{4}{8}$$
$$P(B)=\frac{N(B)}{N(\Omega)}=\frac{4}{8}$$

ΘΕΜΑ Δ

Χρόνος σε λεπτά	x_i	v_i
[8,12)	10	20
[12,16)	14	15
[16,20)	18	10
[20,24)	22	$V_4=5$
Σύνολο	-	V=50

Δ1)

Έστω τα διαστήματα [8, α) , [α, α+c)   c: πλάτος

Όπου α=8+c   **(1)**

$$\frac{\alpha+\alpha+c}{2}=14\Rightarrow$$

$$2\alpha+c=28\overset{(1)}{\Longrightarrow}$$

και $2(8+c)+c=28\Rightarrow$

$$16+2c+c=28\Rightarrow$$

$$3c=12\Rightarrow \quad c=4$$

Δ2)

$$\bar{x}=14\Rightarrow\frac{\Sigma xivi}{v}=14\Rightarrow$$

$$20\cdot10+14\cdot15+18\cdot10+22v_4=14v$$

$$200+210+180+22v_4=14v\Rightarrow$$

$v=v_1+v_2+v_3+v_4$ $\qquad$ $590+22v_4=14(45+v_4)\Rightarrow$

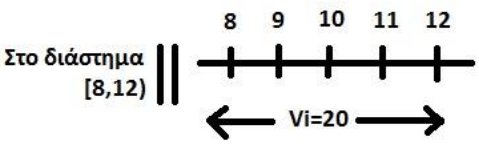
$v=20+15+10+v_4$ $\qquad$ $590+22v_4=630+14v_4\Rightarrow$

$v=45+v_4$ $\qquad$ $8v_4=40\Rightarrow v_4=5$

Άρα $v=45+v_4=45+5=50$

Δ3)

Τουλάχιστον 9 λεπτά χρειάστηκαν



Έχουμε ότι η κατανομή είναι ομοιόμορφη άρα
χωρίσαμε το διάστημα σε 4 ίσα διαστήματα άρα και η συχνότητα σε κάθε
ένα είναι $\frac{v_1}{4} = \frac{20}{4} = 5$

Άρα

$[9,12) \rightarrow 3 \cdot 5 = 15$ υπολογιστές

$[12,16) \rightarrow 15$ υπολογιστές

$[16,20) \rightarrow 10$ υπολογιστές

$[20,24) \rightarrow 5$ υπολογιστές

Άρα για χρόνο $[9,24)$ έχουμε $15+15+10+15=45$ υπολογιστές

Δ4)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4}(X_i - \overline{X})^2 vi}{v} = \frac{(10-14)^2 \cdot 20 + (14-14)^2 \cdot 15 + (18-14)^2 \cdot 5 + (22-14)^2 \cdot 5}{50} =$$

$$= \frac{16 \cdot 20 + 0 + 16 \cdot 10 + 64 \cdot 5}{50} = \frac{320 + 160 + 320}{50} = \frac{800}{50} = 16$$

Άρα $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{16} = 4$

$CV = \frac{s}{\overline{x}} \cdot 100 = \frac{4}{14} \cdot 100 \simeq 28,57\%$ άρα $CV \succ 10\%$ οπότε το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Δ5)

Άρα εφόσον αντικαθιστούμε επεξεργαστή υπολογιστή με ταχύτερο και το πρόγραμμα τρέχει στο 80% του χρόνου που χρειαζόταν τότε έχουμε:

$y_1 = \frac{80}{100} \cdot x_1 = 0,8x_1$ Άρα $\overline{y} = 0,8\overline{x}$

$y_2 = 0,8x_2$ $S_y = |0,8| s = 0,8s$

$y_3 = 0,8x_3$ Άρα $CV = \frac{\overline{y}}{S_y} \cdot 100 = \frac{0,8 \cdot \overline{x}}{0,8 \cdot s} \cdot 100 = 28,75\%$

$y_4 = 0,8x_4$ άρα το δείγμα και πάλι είναι ομοιογενές

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΜΥΛΩΝΙΔΗΣ ΣΤΑΘΗΣ

ΣΑΜΑΡΑ ΦΡΑΝΓΚΗ

ΓΚΑΝΤΖΑ ΜΑΡΙΑ

ΗΛΙΑΔΗΣ ΚΩΣΤΑΣ

ΖΑΧΑΡΑΚΗΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ