ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1)

Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 28

Α2)

Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87

Α3)

α)Σ

β)Λ

γ)Σ

δ)Σ

ε)Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1)

V=20

x_i	v_i	N_i	fi%	$x_i v_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
Σύνολο	20		100	40

$N_1 = \nu_1 = 5$

$N_2 = \nu_1 + \nu_2 \Rightarrow 9 = 5 + \nu_2 \Rightarrow \nu_2 = 4$

$f_3 = 0{,}1 \Rightarrow f_3 = \dfrac{\nu_3}{\nu} \Rightarrow \nu_3 = f_3 \nu = 0{,}1 \cdot 20 = 2$

$N_3 = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = 9 + 2 = 11$

$\nu_5 = \nu_1 = 5$

$$\underbrace{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} + \nu_4 + \nu_5 = \nu$$

$$11 + \nu_4 + 5 = 20$$

$$\nu_4 = 4$$

$f_1 = \dfrac{5}{20} = 0{,}25$

$f_2 = \dfrac{4}{20} = 0{,}20$

B2)

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} xivi}{\nu} = \frac{40}{20} = 2$$

B3)

Οι υπάλληλοι που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες είναι

$\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 5 + 4 + 2 + 4 = 15$ υπάλληλοι

Β4)

Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες είναι:

$$f_3 + f_4 + f_5 = 55\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2} \quad x \in \mathbb{R}$$

Γ1)

$$f'(x) = \frac{(x)'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} + 0$$

$$= \frac{x^2+1-x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Γ2)

$$f'(-1) = \frac{1-(-1)^2}{\left((-1)^2+1\right)^2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$f'(1) = \frac{1-1^2}{(1+1)^2} = \frac{0}{4} = 0$$

Γ3)

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=0 \Rightarrow 1-x^2=0$$

$$x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$$

$$\left.\begin{array}{r} f'(x)\succ 0 \Rightarrow \dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}\succ 0 \\ \left(x^2+1\right)^2\succ 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 1-x^2\succ 0 \Rightarrow x^2\prec 1 \Rightarrow |x|\prec 1 \Rightarrow -1\prec x\prec 1$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↗		↘	
			ΤΕ		ΤΜ		

Η f παρουσιάζει στο x_0=-1 τοπικό ελάχιστο με τιμή

$$f(-1)=\frac{-1}{1+1}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$$

Η f παρουσιάζει στο $x_0=1$ τοπικό μέγιστο με τιμή $f(1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

στο $(-\infty,-1]$ η f $\downarrow$

Στο $[-1,1]$ η f $\uparrow$

στο $[1,+\infty)$ η f $\downarrow$

Γ4)

$2015 \prec 2016 \Rightarrow f(2015) \succ f(2016)$

f γνησίως φθίνουσα $[1,+\infty)$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1)

$f(x)=x^2+\alpha x-3 \qquad \alpha \in \mathbb{R}$

$$\alpha=\lim_{x\to 4}\frac{x^2-6x+8}{x-4}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)(x-2)}{x-4}=\lim_{x\to 4}(x-2)=4-2=2$$

$x^2-6x+8=(x-4)(x-2)$

$\Delta=(-6)^2-4\cdot 8=4$

$x_{1,2}=\frac{6\pm 2}{2}=\langle^{4}_{2}$ Άρα $f(x)=x^2+2x-3$

Δ2)

$f'(x)=2x+2$

Δ3)

Εξίσωση εφαπτομένης της C_f στο $M(-2,f(-2))$

είναι: $y - f(-2) = f'(-2)(x+2)$

$$\left.\begin{array}{l} f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3 \\ f'(-2) = 2\cdot(-2) + 2 = -4 + 2 = -2 \end{array}\right\} \text{Άρα } \begin{array}{l} y + 3 = -2\cdot(x+2) \\ y + 3 = -2x - 4 \\ y = -2x - 7 \end{array}$$

Δ4)

$$\left.\begin{array}{l} A_1(x_1, y_1) \\ A_2(x_2, y_2) \\ A_3(x_3, y_3) \\ A_4(x_4, y_4) \\ A_5(x_5, y_5) \end{array}\right\} \in (E)\ y = -2x - 7 \ \text{δηλ} \qquad \begin{array}{l} y_1 = -2x_1 - 7 \\ y_2 = -2x_2 - 7 \\ y_3 = -2x_3 - 7 \end{array}$$

$\overline{x} = 2$

Άρα με την βοήθεια εφαρμογής του σχολικού βιβλίου: $\overline{y} = -2\overline{x} - 7 = -2\cdot 2 - 7 = -11$

<u>β τρόπος</u> (αναλυτικά)

$$\overline{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5} = \frac{-2x_1 - 7 + \ldots\ldots(-2x_5 - 7)}{5} =$$

$$\frac{-2x_1 - 2x_2 - \ldots\ldots - 2x_5 + (-7 - 7 - \ldots\ldots - 7)}{5} = \frac{-2(x_1 + \ldots\ldots x_5) - 5\cdot 7}{5} =$$

$$= -2\underbrace{\frac{x_1 + \ldots. + x_5}{5}} + \frac{5\cdot(-7)}{5} \qquad \overline{x} = \frac{x_1 + \ldots\ldots + x_5}{5} = 2$$

$$= -2\overline{x} - 7 =$$

$$= -2\cdot 2 - 7 = -11$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

ΜΗΛΩΝΙΔΗΣ ΣΤΑΘΗΣ

ΗΛΙΑΔΗΣ ΚΩΣΤΑΣ

ΣΑΜΑΡΑ ΦΡΑΓΚΗ

ΓΚΑΝΤΖΑ ΜΑΡΙΑ