ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1)

Θεωρία σελ 63

Α2)

α) Σ

β) Λ

γ) Λ

δ) Λ

ε) Σ

Α3)

α) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

β) $\int_\alpha^\beta 1dx=\left[x\right]_\alpha^\beta=\beta-\alpha$

γ) $f_1+f_2+......+f_\kappa=1$

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1)

x_i	ν_i	N_i	F_i	$x_i\nu_i$
0	**5**	**5**	**20**	**0**
1	**4**	**9**	**16**	**4**
2	**7**	**16**	**28**	**14**
3	**4**	**20**	**16**	**12**
4	**5**	**25**	**20**	**20**
Σύνολα	**25**	**-**	**100**	**50**

Β2)

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{k}x_i\nu_i}{\nu}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i\nu_i}{25}=\frac{50}{25}=2$$

Β3)

Επειδή ν=25 (περιττό πλήθος παρατηρήσεων)

έχουμε:

$$\delta = x_{\frac{25+1}{2}} = x_{\frac{26}{2}} = x_{13} = 2$$

B4)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2}{\nu} = \frac{(0-2)^2\cdot 5 + (1-2)^2\cdot 4 + (2-2)^2\cdot 7 + (3-2)^2\cdot 4 + (4-2)^2\cdot 5}{25} =$$

$$= \frac{4\cdot 5 + 1\cdot 4 + 0\cdot 7 + 1\cdot 4 + 4\cdot 5}{25} = \frac{20+4+0+4+20}{25} = \frac{48}{25} =$$

$$= 1,92$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2,\ \ x \in \mathbb{R}$$

Γ1)

$$f'(x) = \left(x^3 - 3x^2 - 9x + 2\right)' = 3x^2 - 6x - 9$$

Γ2)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow$$

$$3\left(x^2 - 2x - 3\right) = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4\cdot 1\cdot(-3) = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}$$

$$f'(x)=3\left(x^2-2x-3\right)=3(x-3)(x+1)$$

Άρα $f'(x)\succ 0 \Rightarrow \; 3(x-3)(x+1)\succ 0 \Rightarrow$

$$x\prec -1 \quad ή \quad x\succ 3$$

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	0	+	
$f(x)$	↗		↘		↗	
		ΤΜ		ΤΕ		

Η f γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,-1]$

Η f γνησίως φθίνουσα στο $[-1,3)$

Η f γνησίως αύξουσα στο $[3,+\infty)$

<u>Ακρότατα</u>

Η f παρουσιάζει για $x=-1$ τοπικό μέγιστο,

το $f(-1)=(-1)^3-3(-1)^2-9(-1)+2=$

$=-1-3+9+2=$

$=7$

Η f παρουσιάζει για $x=3$ τοπικό ελάχιστο,

το $f(3)=3^3-3\cdot 3^2-9\cdot 3+2=-27+2=-25$

Γ3)

$g(x)=3x^2 \quad ,x\in\mathbb{R}$

$h(x)=6x+9 \quad ,x\in\mathbb{R}$

$g(x)=h(x)\Leftrightarrow$

$3x^2=6x+9\Leftrightarrow$

$3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow$(από Γ_2)

$f'(x)=0\Leftrightarrow \quad x=-1$ ή $x=3$

$$E=\int_{-1}^{3}|g(x)-h(x)|dx=\int_{-1}^{3}|3x^2-6x-9|dx=$$

$$=\int_{-1}^{3}|f'(x)|dx=-\int_{-1}^{3}f'(x)dx=-\int_{-1}^{3}(3x^2-6x-9)dx=$$

$$=-\left[x^3-6\frac{x^2}{2}-9x\right]_{-1}^{3}=-\left[x^3-3x^2-9x\right]_{-1}^{3}=$$

$$=-(3^3-3\cdot 3^2-27)+((-1)^3-3(-1)^2-9(-1))=$$

$$=27+(-1-3+9)=$$

$$=27+5=32\tau.\mu.$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-x^2}{\sqrt{x}-1} & x\in[0,1)\\ \alpha x^2+\beta x & x\in[1,+\infty)\end{cases}\qquad \alpha,\beta\in\mathbb{R}$$

Δ1)

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{1-x^2}{\sqrt{x}-1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x\to 1^-} \frac{\left(1-x^2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{(1-x)(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} -\frac{(x-1)(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} =$$

$$= -\lim_{x\to 1^-}\left[(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)\right] = -2\cdot 2 = -4$$

Δ2)

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\left(\alpha x^2 + \beta x\right) = \alpha\cdot 1^2 + \beta\cdot 1 = \alpha + \beta$$

Δ3)

Για να υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ πρέπει

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow -4 = \alpha + \beta$$

Ακόμη έχουμε

$$\left.\begin{array}{l} f'(2) = 2 \\ f'(x) = \left(\alpha x^2 + \beta x\right)' = 2\alpha x + \beta \end{array}\right\} 2\alpha\cdot 2 + \beta = 2 \Rightarrow 4\alpha + \beta = 2$$

Λύνουμε το σύστημα

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=-4\\4\alpha+\beta=2\end{array}\right\}\qquad \begin{array}{l}-\alpha-\beta=4\\ \underline{4\alpha+\beta=2\,(+)}\\ 3\alpha=6\Rightarrow\alpha=2\end{array}$$

$$\alpha+\beta=-4\Rightarrow 2+\beta=-4$$
$$\beta=-6$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

ΜΥΛΩΝΙΔΗΣ ΣΤΑΘΗΣ

ΗΛΙΑΔΗΣ ΚΩΣΤΑΣ

ΣΑΜΑΡΑ ΦΡΑΓΚΗ

ΓΚΑΝΤΖΑ ΜΑΡΙΑ