

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΕΜΠΤΗ 21
ΜΑΪΟΥ 2015**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

A1. θεωρία βιβλίο σελ. 212

A2. α) Λ β) Λ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

A3. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \left[\ln|x| \right]_{\alpha}^{\beta} = \ln|\beta| - \ln|\alpha| = \ln \beta - \ln \alpha, \quad \beta > \alpha > 0$

β) $(c)' = 0$

γ) $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + \dots + x_k \cdot v_k}{v_1 + \dots + v_k}$

ΘΕΜΑ Β

B1.

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης k_i	v_i	N_i	$k_i v_i$
[5, 15)	10	20	20	200
[15, 25)	20	14	34	280
[25, 35)	30	12	46	360
[35, 45)	40	4	50	160
Σύνολο		$v=50$		1000

$N_1 = v_1 = 20$

$N_2 = v_1 + v_2 \Rightarrow 34 = 20 + v_2 \Rightarrow v_2 = 14$

$N_3 = v_1 + v_2 + v_3 = N_2 + v_3 = 34 + 12 = 46$

$N_4 = N_3 + v_4 \Rightarrow 50 = 46 + v_4 \Rightarrow v_4 = 4$

B2.

$$\bar{x} = \frac{\kappa_1 v_1 + \dots + \kappa_4 v_4}{v} = \frac{1000}{50} = 20$$

B3.

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot v_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot v_2 + \dots + (x_4 - \bar{x})^2 \cdot v_4}{v} \\ &= \frac{(10 - 20)^2 \cdot 20 + (20 - 20)^2 \cdot 14 + (30 - 20)^2 \cdot 12 + (40 - 20)^2 \cdot 4}{50} \\ &= \frac{100 \cdot 20 + 0 + 100 \cdot 12 + 400 \cdot 4}{50} = \frac{2000 + 1200 + 1600}{50} = \frac{4800}{50} = 96 \\ s &= \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx 10 \end{aligned}$$

B4.

$$CV = \frac{S}{x} \cdot 100 \approx \frac{10}{20} \cdot 100 \approx 50\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, & x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & x \leq 2 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}^*$$

Γ1.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot e^0 = 8 + 4 = 12$$

Γ2.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2) \cdot (x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

Γ3.

Εφόσον η f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$ πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow 12 = \frac{12}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1$$

Γ4.

Για $\lambda = 1$ έχουμε:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 (4x + 4e^{x-2}) dx = 4 \int_1^2 x dx + 4 \int_1^2 e^{x-2} dx = 4 \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 + 4 \left[e^{x-2} \right]_1^2 = 4 \left(\frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right) + 4(e^0 - e^{-1}) = \\ &= 4 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \left(1 - \frac{1}{e} \right) = 4 \left(\frac{3}{2} + 1 - \frac{1}{e} \right) = 4 \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{e} \right) = 10 - \frac{4}{e} \text{ τ.μ} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \quad 0 \leq t \leq 10$$

Δ1)

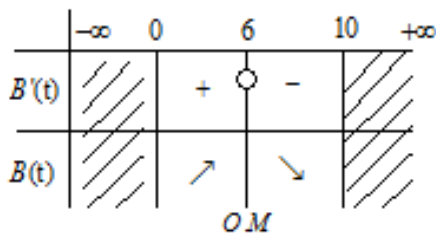
$$B'(t) = -t^2 + 4t + 12$$

Δ2

$$B'(t) = 0 \Rightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 12 \\ &= 16 + 48 = 64 \end{aligned}$$

$$t_{1,2} = \frac{-4 \pm 8}{2 \cdot (-1)} = \begin{cases} \frac{-4 - 8}{2 \cdot (-1)} = \frac{-12}{-2} = 6 \\ \frac{-4 + 8}{2 \cdot (-1)} = -2 \text{ απορ. διότι } 0 \leq t \leq 10 \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 B'(t) > 0 &\Rightarrow -t^2 + 4t + 12 > 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow -(t+2)(t-6) > 0 \\
 (t+2)(t-6) < 0 & \left| \begin{array}{l} t+2 > 0 \\ t-6 < 0 \end{array} \right. \Rightarrow t-6 < 0 \Rightarrow t < 6
 \end{aligned}$$

Για $t=6$ το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστη με τιμή

$$\begin{aligned}
 B(6) &= -\frac{6^3}{3} + 2 \cdot 6^2 + 12 \cdot 6 + 15 = \\
 &= -\frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{3} + 2 \cdot 36 + 12 \cdot 6 + 15 = 72 + 15 = 87 \text{ τόνους / έτη}
 \end{aligned}$$

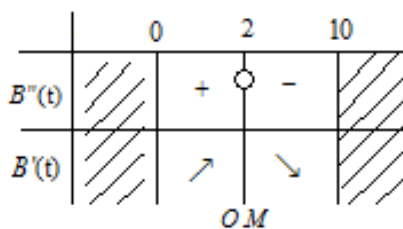
Δ3)

Για

$$\begin{aligned}
 6 \leq t \leq 9 &\overset{B(t) \downarrow}{\Rightarrow} B(6) \geq B(t) \geq B(9) \Rightarrow \\
 B(9) &\leq B(t) \leq B(6)
 \end{aligned}$$

Δ4)

$$\begin{aligned}
 B''(t) &= -2t + 4 \\
 B''(t) = 0 &\Rightarrow -2t + 4 = 0 \\
 2t = 4 &\Rightarrow t = 2 \\
 B''(t) > 0 &\Rightarrow -2t + 4 > 0 \Rightarrow 2t < 4 \Rightarrow t < 2
 \end{aligned}$$



Για $t=2$ ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος με τιμή $B'(2) = -4 + 8 + 12 = 16$ τόνους / έτη

Επιμέλεια:

Μυλωνίδης Σ. , Μαργαριτέλη Ε. , Ηλιάδης Κ. , Σαμαρά Φ. , Ευθυμιάδης Γ. ,
Ζαχαράκης Σ.

