ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. θεωρία βιβλίο σελ. 212

Α2. α) Λ **β)** Λ **γ)** Λ **δ)** Λ **ε)** Σ

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x}dx = \left[\ln|x|\right]_{\alpha}^{\beta} = \ln|\beta| - \ln|\alpha| = \ln\beta - \ln\alpha, \qquad \beta > \alpha > 0$

β) $(c)' = 0$

γ) $\bar{x} = \dfrac{x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + ... + x_\kappa \cdot v_\kappa}{v_1 + ... + v_\kappa}$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης κ_i	v_i	N_i	$k_i v_i$
[5, 15)	10	20	20	200
[15, 25)	20	14	34	280
[25, 35)	30	12	46	360
[35, 45)	40	4	50	160
Σύνολο		v=50		1000

$N_1 = v_1 = 20$

$N_2 = v_1 + v_2 \Rightarrow 34 = 20 + v_2 \Rightarrow v_2 = 14$

$N_3 = v_1 + v_2 + v_3 = N_2 + v_3 = 34 + 12 = 46$

$N_4 = N_3 + v_4 \Rightarrow 50 = 46 + v_4 \Rightarrow v_4 = 4$

Β2.

$$\bar{x} = \frac{\kappa_1 v_1 + ... + \kappa_4 v_4}{v} = \frac{1000}{50} = 20$$

Β3.

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot v_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot v_2 + ... + (x_4 - \bar{x})^2 \cdot v_4}{v} =$$

$$= \frac{(10-20)^2 \cdot 20 + (20-20)^2 \cdot 14 + (30-20)^2 \cdot 12 + (40-20)^2 \cdot 4}{50} =$$

$$= \frac{100 \cdot 20 + 0 + 100 \cdot 12 + 400 \cdot 4}{50} = \frac{2000 + 1200 + 1600}{50} = \frac{4800}{50} = 96$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx 10$$

Β4.

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 \simeq \frac{10}{20} \cdot 100 \simeq 50\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, x \le 2 \end{cases} \qquad \lambda \in R*$$

Γ1.

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \left(4x + 4e^{x-2}\right) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot e^0 = 8 + 4 = 12$$

Γ2.

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \to 2^+} \frac{(x-2) \cdot \left(x^2 + 2x + 4\right)}{\lambda(x-2)} = \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

Γ3.

Εφόσον η f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$ πρέπει

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) \Rightarrow 12 = \frac{12}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1$$

Γ4.

Για $\lambda = 1$ έχουμε:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-8}{x-2}, x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, x \le 2 \end{cases}$$

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \left(4x + 4e^{x-2}\right)dx = 4\int_1^2 xdx + 4\int_1^2 e^{x-2}dx = 4\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 + 4\left[e^{x-2}\right]_1^2 = 4\left(\frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right) + 4\left(e^0 - e^{-1}\right) =$$

$$= 4\cdot\frac{3}{2} + 4\cdot\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 4\left(\frac{3}{2} + 1 - \frac{1}{e}\right) = 4\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{e}\right) = 10 - \frac{4}{e}\ \tau.\mu$$

ΘΕΜΑ Δ

$$B(\text{t}) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \quad 0 \le t \le 10$$

Δ1)

$$B'(\text{t}) = -t^2 + 4t + 12$$

Δ2

$$B'(\text{t}) = 0 \Rightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4\cdot(-1)\cdot 12$$
$$= 16 + 48 = 64$$

$$t_{1,2} = \frac{-4 \pm 8}{2\cdot(-1)} = \begin{cases} \dfrac{-4-8}{2\cdot(-1)} = \dfrac{-12}{-2} = 6 \\ \dfrac{-4+8}{2\cdot(-1)} = -2\ \alpha\pi o\rho.\ \delta\iota \acute{o}\tau\iota\ 0 \le t \le 10 \end{cases}$$

t	$-\infty$	0		6		10	$+\infty$
$B'(t)$			+	0	−		
$B(t)$			↗	Ο.Μ.	↘		

$$B'(t) > 0 \Rightarrow -t^2 + 4t + 12 > 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -(t+2)(t-6) > 0$$
$$\left.\begin{array}{l}(t+2)(t-6) < 0 \\ t+2 > 0\end{array}\right| \Rightarrow t-6 < 0 \Rightarrow t < 6$$

Για t=6 το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστη με τιμή

$$B(6) = -\frac{6^3}{3} + 2\cdot 6^2 + 12\cdot 6 + 15 =$$
$$= -\frac{6\cdot 6\cdot 6}{3} + 2\cdot 36 + 12\cdot 6 + 15 = 72 + 15 = 87\ \textit{τόνους / έτη}$$

Δ3)

Για

$$6 \le t \le 9 \overset{B(t)\downarrow}{\Rightarrow} B(6) \ge B(t) \ge B(9) \Rightarrow$$
$$B(9) \le B(t) \le B(6)$$

Δ4)

$$B''(t) = -2t + 4$$
$$B''(t) = 0 \Rightarrow -2t + 4 = 0$$
$$2t = 4 \Rightarrow t = 2$$
$$B''(t) > 0 \Rightarrow -2t + 4 > 0 \Rightarrow 2t < 4 \Rightarrow t < 2$$

t	0		2		10
$B''(t)$		+	0	−	
$B'(t)$		↗	Ο.Μ.	↘	

Για t=2 ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος με τιμή
$B'(2)=-4+8+12=16$ *τόνους / έτη*

Επιμέλεια:

Μυλωνίδης Σ. , Μαργαριτέλη Ε. , Ηλιάδης Κ. , Σαμαρά Φ. , Ευθυμιάδης Γ. , Ζαχαράκης Σ.