ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. σελ 134

Α2. $\alpha \to \Sigma$
$\beta \to \Lambda$
$\gamma \to \Lambda$
$\delta \to \Lambda$
$\varepsilon \to \Sigma$

Α3.α) $(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sigma\upsilon\nu x\,dx = [\eta\mu x]_{\alpha}^{\beta} = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$

γ) $\lim_{x\to x_0} f(x) = \ell, \ell \in \Re$, τότε $\lim_{x\to x_0}|f(x)| = |\ell|$

ΘΕΜΑ Β

$xf(x) - 2f(x) = x^2 - 4$

Β1.

$xf(x) - 2f(x) = x^2 - 4$

$(x-2)f(x) = x^2 - 4$

Για $x \neq 2$ προκύπτει

$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} \Rightarrow f(x) = x+2$

Β2. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 2+2 = 4$

Β3. Επειδή η f συνεχής στο $\Re$ άρα συνεχής και στο

$x_0 = 2 \Rightarrow f(2) = \lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Κλάσεις	v_i	x_i	$x_i\ v_i$	$f_i\%$
[25,35)	100	30	3000	50
[35,45)	50	40	2000	25
[45,55)	40	50	2000	20
[55,65)	10	60	600	5
Σύνολα	200	-	7600	100

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{100}{200} = \frac{50}{100} = 0,50 \text{ ή } 50\%$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{50}{200} = \frac{25}{100} = 0,25 \text{ ή } 25\%$$

Γ2.

Μέση ηλικία $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = \dfrac{7600}{200} = 38$ έτη

Γ3.

Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών είναι:
20% + 5% = 25%

Γ4.

Τα καινούρια δεδομένα είναι:

Κλάσεις	v_i	x_i	$x_i\ v_i$
[25,35)	110	30	3300
[35,45)	45	40	1800
[45,55)	40	50	2000
[55,65)	5	60	300
Σύνολα	200	-	7400

Μέση ηλικία $\bar{x} = \dfrac{\sum_{1}^{4} x_i v_i}{v} = \dfrac{7400}{200} = 37$ έτη

ΘΕΜΑ Δ

$f(x)=e^x(x-1),\ x\in\mathbb{R}$

Δ1.
Είναι

$f'(x)=\left(e^x\right)'(x-1)+e^x(x-1)'=e^x(x-1)+e^x$

οπότε

$f'(x)=e^x(x-1)+e^x \Rightarrow f'(x)=f(x)+e^x$

Δ2.

$f'(x)=e^x(x-1)+e^x=e^x(x-1+1)=xe^x$

$$f'(x)=0\Rightarrow \left.\begin{array}{l} xe^x=0 \\ e^x>0 \end{array}\right| \Rightarrow x=0$$

$$\text{Για}\ \begin{array}{l} x>0\Rightarrow f'(x)>0 \\ x<0\Rightarrow f'(x)<0 \end{array}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	$-$	0	$+$
f (x)	$\searrow$	Ο.Ε	$\nearrow$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,0]$ και γνησίως αύξουσα στο $[0,+\infty]$.
Επίσης παρουσιάζει στο $x_o=0$ ολικό ελάχιστο σε τιμή $f(0)=e^0\cdot(-1)=-1$

Δ3.

$$E\left\langle\begin{array}{l} C_g \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$$

$g(x)=f(x)+e^x=e^x(x-1)+e^x=e^x(x-1+1)=xe^x=f'(x)$

$$g(x)>0\Rightarrow \left.\begin{array}{l} xe^x \\ e^x>0 \end{array}\right| \Rightarrow x>0$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g(x)$	$-$		0	$+$	

$$E=\int_{-1}^{1}|g(x)|\,dx=-\int_{-1}^{0}g(x)dx+\int_{0}^{1}g(x)dx=$$

$$=-\int_{-1}^{0}f'(x)dx+\int_{0}^{1}f'(x)dx=$$

$$=-\left[f(x)\right]_{-1}^{0}+\left[f(x)\right]_{0}^{1}=$$

$$=-f(0)+f(-1)+f(1)-f(0)=f(-1)+f(1)-2f(0)=$$

$$=-\frac{2}{e}+0-2\cdot(-1)=2-\frac{2}{e}\text{ τ.μ}$$

Είναι

$$f(-1)=-2e^{-1}=-\frac{2}{e}$$

$$f(1)=0,\ f(0)=-1$$

Επιμέλεια:
Μυλωνίδης Στάθης, Τάνης Σάκης, Ηλιάδης Κωνσταντίνος, Σαμαρά Φράγκη