ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΙΟΥ 2013
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ Ε.Π.Α.Λ.
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.
Ορισμός – θεωρία από το σχολικό βιβλίο σελ. 134

Α2.
$\alpha \to \Sigma$
$\beta \to \Lambda$
$\gamma \to \Sigma$
$\delta \to \Lambda$
$\varepsilon \to \Sigma$

Α3.
$\alpha)\ (e^x)' = e^x$

$\beta)\ (\ln x)' = \frac{1}{x},\ x > 0$

$\gamma)\ \int_\alpha^\beta \sigma\upsilon\nu x\, dx = [\eta\mu x]_\alpha^\beta = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$

ΘΕΜΑ Β

$$f(x)\begin{cases} 2x^2 - \alpha x + \beta, & x \le 3 \\ \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}, & x > 3 \end{cases}$$

Β1.

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \lim_{x\to 3^+} \frac{(x-1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = \lim_{x\to 3^+}(x-1) = 2$$

Β2.

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-}(2x^2 - \alpha x + \beta) = 2\cdot 3^2 - 3\alpha + \beta = 18 - 3\alpha + \beta$$

Β3.

$$f(0) = 5 \Rightarrow 2\cdot 0^2 - \alpha\cdot 0 + \beta = 5 \Rightarrow \beta = 5$$

f συνεχής στο x_0=3 $\Rightarrow \lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^-} f(x) = f(3) \Rightarrow 2 = 18 - 3\alpha + \beta \overset{\beta=5}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow 2 = 18 - 3\alpha + 5 \Rightarrow -21 = -3\alpha \Rightarrow \alpha = 7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\overline{x}=5\Rightarrow 5=\frac{1+9+7+5+11+\alpha+1-1}{8}\Rightarrow 40=\alpha+10+12+11\Rightarrow 40=\alpha+33\Rightarrow \alpha=7$$

Γ2.

Είναι 1 , 9 , 7 , 5 , 11 , 7 , 1 , -1

Βάζουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά:

-1 , 1 , 1 , 5 , 7 , 7 , 9 , 11

οπότε R = 11 - (-1) = 12

$$\delta=\frac{x_4+x_5}{2}=\frac{5+7}{2}=6$$

Γ3.

$$s^2=\frac{(-1-5)^2+(1-5)^2+(1-5)^2+(5-5)^2+(7-5)^2+(7-5)^2+(9-5)^2+(11-5)^2}{8}=$$

$$=\frac{36+16+16+0+4+4+16+36}{8}=\frac{40+72+16}{8}=\frac{128}{8}=16$$

Άρα $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{16}=4$

Γ4.

$$CV=\frac{S}{|\overline{x}|}\cdot 100=\frac{4}{5}\cdot 100=\frac{400}{5}=80\%,\text{δεν είναι ομοιογενές}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x)=x^3-3x+\kappa \quad , \quad \kappa\in\mathbb{R}$$

Δ1.

Εφόσον $A(-1\ ,\ 5)\in C_f \Rightarrow f(-1)=5\Rightarrow$

$$\Rightarrow(-1)^3-3\cdot(-1)+\kappa=5\Rightarrow -1+3+\kappa=5\Rightarrow 2+\kappa=5\Rightarrow\kappa=3$$

Δ2.

$f(x)=x^3-3x+3 \quad A=\mathbb{R}$

$f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-3=0\Rightarrow 3x^2=3\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	
			Τ.Μ		Τ.Ε		

Στο $(-\infty, -1]$ η f είναι γνησίως αύξουσα
Στο $[-1, 1]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα
Στο $[1, +\infty)$ η f είναι γνησίως αύξουσα

Η f παρουσιάζει στο $x_0 = -1$ τοπικό μέγιστο με τιμή $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 3 = -1 + 3 + 3 = 5$
Η f παρουσιάζει στο $x_0 = 1$ τοπικό ελάχιστο με τιμή $f(1) = 1^3 - 3 + 3 = 1$

Δ3.

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3\left(x^2 - 1\right)$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{1-x} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-1)}{1-x} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)\left(x+1\right)}{1-x} =$$
$$= \lim_{x\to 1}\frac{-3\cancel{(1-x)}\left(x+1\right)}{\cancel{1-x}} = (-3)\cdot 2 = -6$$

Δ4.

$$\int_1^3 f''(x)\,dx = \left[f'(x)\right]_1^3 = \left[3x^2 - 3\right]_1^3 = (3\cdot 3^2 - 3) - \left(3\cdot 1 - 3\right) = 24$$

Επιμέλεια : Μυλωνίδης Σ. – Τάνης Σ. – Ηλιάδης Κ. – Σαμαρά Φ.