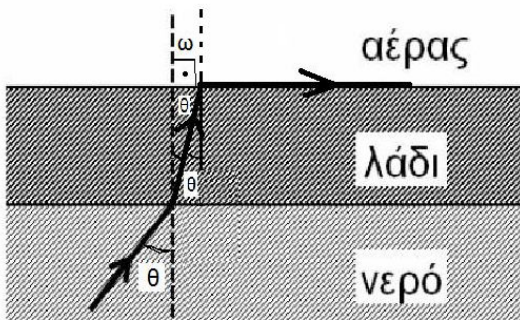


## ΘΕΜΑ Α

- A1. γ  
 A2. β  
 A3. γ  
 A4. γ  
 A5. α. Σ  
     β. Σ  
     γ. Λ  
     δ. Λ  
     ε. Σ

## ΘΕΜΑ Β

B1.



Σωστό το γ.

$$n_{\lambda} > n_{\alpha}$$

$$n_{\lambda} > n_{\nu}$$

$$\eta\mu\theta_{\text{crit } \nu \rightarrow \alpha} = \frac{1}{n_{\text{νερού}}}$$

πρόσπτωση: νερό  $\rightarrow$  λάδι:

$$N. \text{ Snell: } n_{\nu} \cdot \eta\mu\theta_{\text{νερού}} = n_{\lambda} \cdot \eta\mu\theta_{\lambda} \quad \Rightarrow \quad 1 = n_{\lambda} \eta\mu\theta_{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \eta\mu\theta_{\lambda} = \frac{1}{n_{\lambda}}$$

$$\text{πρόσπτωση: λάδι } \rightarrow \text{ αέρα: } \eta\mu\theta_{\text{crit } \lambda \rightarrow \alpha} = \frac{1}{n_{\lambda}}$$

$$\theta_{\lambda} = \theta_{\text{crit } \lambda \rightarrow \alpha} \quad \Rightarrow \quad \omega = 90^{\circ}$$

**B2.**

Σωστό το α.

$$\frac{u_K}{u_\Lambda} = \frac{\varphi |A'_K|}{\varphi |A'_\Lambda|}$$

$$x_{\text{πρώτου δεσμού}} = \frac{\lambda}{4}$$

$$\text{άρα } x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$$

$$x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$$

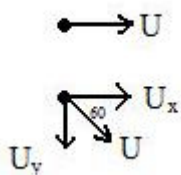
$$|A'_K| = \left| 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 2A \frac{\sqrt{3}}{2} = A\sqrt{3}$$

$$|A'_\Lambda| = \left| 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 2A \frac{1}{2} = A$$

$$\Rightarrow \frac{u_K}{u_\Lambda} = \sqrt{3}$$

**B3.**

Σωστό το Α



Σε κάθε ελαστική κρούση η δύναμη είναι κάθετη συνεπώς

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow u_x = \text{σταθ} = u \cdot \sin 60^\circ = \frac{u}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{(A\Gamma)}{u} \\ t_2 &= \frac{(A\Gamma)}{u_x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{u_x}{u} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = 2t_1$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.**

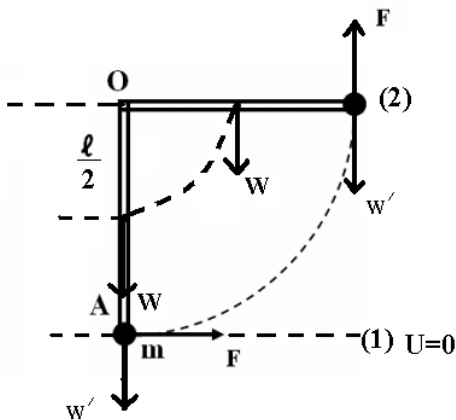


$$I_{\text{συστ}} = I_p + I_m$$

Θ. Steiner :  $I_p = I_{\text{cm}} + M \frac{l^2}{4} = \frac{1}{12} Ml^2 + \frac{1}{4} Ml^2 = \frac{1}{3} Ml^2$

$$I_{\text{συστ}} = \frac{1}{3} Ml^2 + \frac{M}{2} l^2 = M \left( \frac{l^2}{3} + \frac{l^2}{2} \right) = \frac{5}{6} Ml^2 = \frac{5}{6} \cdot 6 \cdot 9 \cdot 10^{-2} = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

**Γ2.**



$$W_{\text{tr}} = Fl \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{120}{\pi} \cdot 0,3 \cdot \frac{\pi}{2} = 18 \text{ J}$$

Γ3.

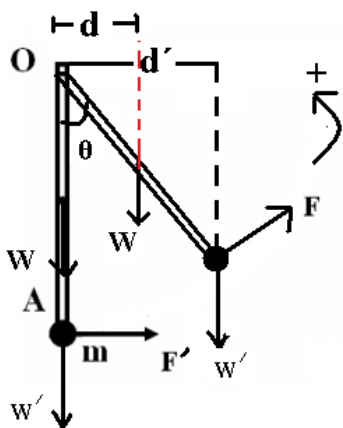
Θ.Ε.Ε:

$$K_{(2)} - K_{(1)}^0 = W_F + W_{w'} + W_w$$

$$\frac{1}{2} I_p \omega_{(2)}^2 = W_F - w'l - w' \frac{l}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,45 \cdot \omega_{(2)}^2 = 18 - 9 - 9 = 0 \Rightarrow \omega_2 = 0$$

Γ4.



$$K = K_{\max} \text{ όταν } \Sigma \tau = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F' \cdot l - w' \cdot d' - w \cdot d = 0 \Rightarrow F' \cdot l - \frac{M}{2} g \cdot l \cdot \eta \mu \theta - M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \eta \mu \theta = 0$$

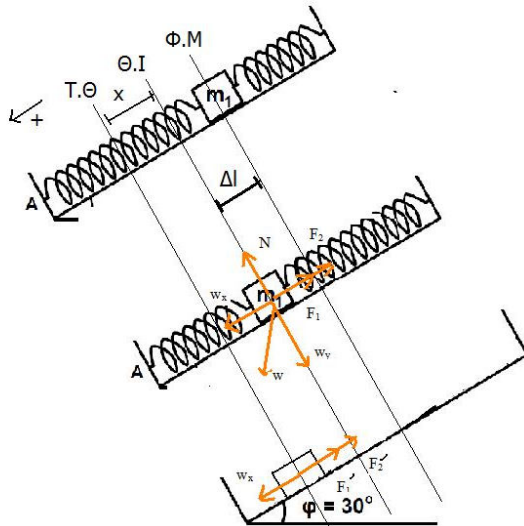
$$M \cdot g \cdot \eta \mu \theta = F'$$

$$60 \eta \mu \theta = 30 \sqrt{3} \Rightarrow \eta \mu \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

**Σχόλιο :** Επειδή η ράβδος αυξάνει συνεχώς την κινητική της ενέργεια η παραπάνω λύση αφορά την μεγαλύτερη κινητική ενέργεια που εμφανίζει η ράβδος από  $0$  έως  $90^\circ$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.**



$$\Theta\text{I: } \Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = w_x \Rightarrow (k_1 + k_2) \Delta l = mg \eta \mu \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 200 \Delta l = 20 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow 200 \Delta l = 10 \Rightarrow \Delta l = \frac{1}{20} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{T}\Theta: \Sigma F = w_x - F'_1 - F'_2 = mg \eta \mu \theta - k_1 (\Delta l + x) - k_2 (\Delta l + x) =$$

$$= mg \eta \mu \theta - k_1 \Delta l - k_2 \Delta l - k_1 x - k_2 x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma F = -(k_1 + k_2) x \text{ \u00c4\u00c1\u00c1\u00c1 \u03b3.\u03b1.\u03c4. \u03bc\u03b5 } D = k_1 + k_2 = 200 \text{ N/m}$$

**Δ2.**

$$x = A \eta \mu (\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}} = 10 \text{ rad/s}$$

Το σώμα αφήνεται από τη θέση ΦΜ των ελατηρίων ( $v=0$ ), \u00c1\u00c1\u00c1 το ΦΜ αποτελεί ακραία θέση της ταλάντωσης.

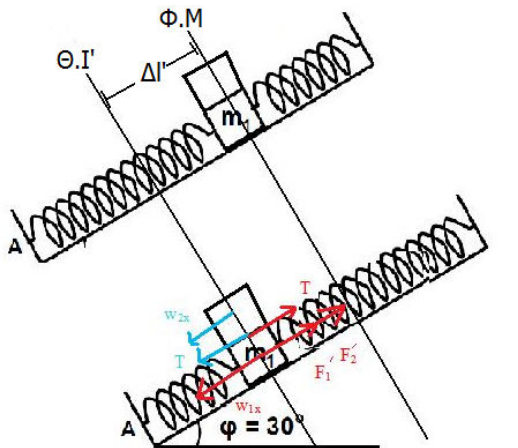
$$\u00c1\u00c1\u00c1 A = \Delta l = \frac{1}{20} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Gamma\u03b9\u00c1 t=0, x=+A \Rightarrow A = A \eta \mu \phi_0 \Rightarrow \eta \mu \phi_0 = 1 = \eta \mu \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 0,05\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Δ3.



Το σύστημα έχει νέο κέντρο ταλάντωσης με

$$\Theta.I': \Sigma F = 0 \Rightarrow w_{1x} + w_{2x} - F'_1 - F'_2 - T + T = 0$$

$$(m_1 + m_2)g\eta\mu\theta = (k_1 + k_2)\Delta l'$$

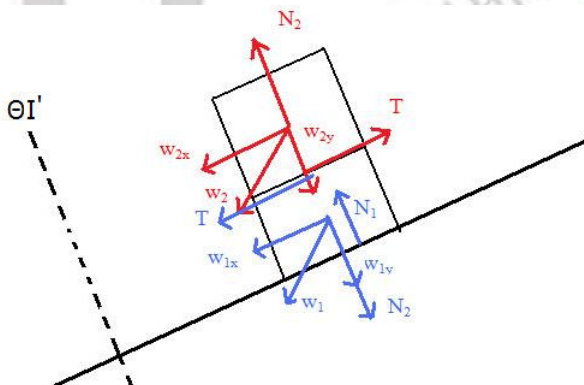
$40 = 200\Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 0.2\text{m} = A'$  (αφού το ΦΜ είναι και σε αυτή τη περίπτωση ακραία θέση-αφού  $u=0$ ).

$$\text{Το σύστημα ταλαντώνεται με νέο } \omega' = \sqrt{\frac{D_{\text{συστ}}}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega' = \sqrt{\frac{200}{8}} = 5 \text{ rad/s}$$

Ενώ το σώμα  $m_2$  έχει σταθερά επαναφοράς

$$D_2 = m_2\omega'^2 = 150\text{N/m}$$

Δ4.



Για να μην ολισθαίνει το  $m_2$  πάνω στο  $m_1$  πρέπει:

$$T_{\max} < \mu N_2$$

$$m_2 \text{ ισορροπία στον } y'y : \Sigma F_2 = 0 \Rightarrow N_2 - m_2 g \sin \theta = 0 \Rightarrow N_2 = 30\sqrt{3} \text{ N}$$

ΓΑΤ  $m_2$ :

$$\Sigma F_2 = -D_2 x \Rightarrow -m_2 g \eta \mu \theta + T = -D_2 x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -30 + T = -150x \Rightarrow T = 30 - 150x$$

Στο  $x = -A' = -0,2 \text{ m}$  έχουμε τη μέγιστη τιμή  $T_{\text{στατ.}}$  (Στην ΑΘΚ)

$$T_{\max} = 30 + 150(0.2) = 60 \text{ N}$$

$$\text{Άρα } \mu > \frac{T_{\max}}{N_2} = \frac{60}{30\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\mu_{\min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Επιμέλεια : Αγγελής Ι. – Δοξόπουλος Κ.