Πέμπτη 24/5/2012
Μαθηματικά Ι - ΕΠΑΛ Ομάδα Α
Εσπερινών Λυκείων

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ορισμός 3 σελ.65

Α2. α)Λ β)Σ γ) Λ δ) Σ ε)Λ

Α3.
1) (α)
2) (β)
3) (β)

Α4.
$\alpha)\left(cf\right)'(x)=cf'(x)\ c\in\mathbb{R}$

$\beta)\left(gof\right)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

X_i	v_i	N_i	$F_i\%$	x_iv_i
5	3	3	15	15
6	5	8	25	30
7	3	11	15	21
8	7	18	35	56
9	2	20	10	18
Σύνολα	25		100	140

Β2. $\bar{x}=\frac{1}{v}\sum_{i=1}^{5}x_iv_i=\frac{1}{20}\cdot 140\Leftrightarrow \bar{x}=7$ ώρες

Β3. Η Επικρατούσα τιμή είναι $M_o=8$

Β4. Η διάμεσος δ είναι: $\delta=\frac{x_{10}+x_{11}}{2}=\frac{7+7}{2}=7$

Β5. Βαθμό τουλάχιστον 8 έχει το 35%+10%=45% των φοιτητών

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\kappa} & x<1\\ x^2+\kappa & x\geq 1\end{cases}\quad \kappa\neq 0$$

Γ1.

f συνεχής στο $x_o=1\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=f(1)$ (1)

$$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{2x}{\kappa}=\frac{2}{\kappa}$$

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}\left(x^2+\kappa\right)=1^2+\kappa=1+\kappa$$

$$f(1)=1^2+\kappa=1+\kappa$$

Άρα από την (1) έχουμε

$$\frac{2}{\kappa}=1+\kappa\Rightarrow 2=\kappa+\kappa^2\Rightarrow \kappa+\kappa^2-2=0$$

$$\Delta=1^2-4\cdot 1\cdot(-2)=9$$

$$\kappa_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{2}=\left\langle\begin{matrix}-2\\1\end{matrix}\right.$$

Άρα $\kappa=1$ ή $\kappa=-2$

Γ2.

Για κ=1

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{1}=2x & x<1\\ x^2+1 & x\geq 1\end{cases}$$

Για $x>1$ είναι $f(x)=x^2+1$ άρα $f'(x)=2x$

Γ3.

$f(50)=50^2+1$ και $f'(245)=2\cdot 245$

Οπότε $A=f(50)-f'(245)+1=50^2+1-2\cdot 245+1=$

$=50^2-2\cdot 245+2=2500-490+2=2012$

Γ4.

$$\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx=\int_0^1 2xdx+\int_1^2\left(x^2+1\right)dx=\left[x^2\right]_0^1+\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_1^2=$$

$$=1-0+\frac{2^3}{3}+2-\left(\frac{1}{3}+1\right)=1+\frac{8}{3}+2-\frac{1}{3}-1=\frac{7}{3}+2=\frac{13}{3}$$

ΘΕΜΑ Δ

$f'(x) = x^2 + \lambda x - 6$

Δ1.
Εφόσον η f παρουσιάζει στο x_o=3 τοπικό ακρότατο έχουμε:

$f'(3) = 0 \Rightarrow 3^2 + \lambda \cdot 3 - 6 = 0 \Rightarrow 9 + 3\lambda - 6 = 0 \Rightarrow$

$3\lambda + 3 = 0 \Rightarrow 3\lambda = -3 \Rightarrow \lambda = -1$

Δ2.
Για λ=-1 έχουμε

$f'(x) = x^2 - x - 6$

$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \left\langle \begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix} \right.$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
f '(x)		+	0	−	0	+	
f(x)		↗		↘		↗	
			Τ.Μ		Τ.Ε		

Στο $(-\infty, -2]$ η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα

Στο $[-2, 3]$ η $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα

Στο $[3, +\infty)$ η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα

Στο $x_0 = -2$ η $f(x)$ έχει τοπικό μέγιστο με τιμή $f(-2)$

Στο $x_0 = -3$ η $f(x)$ έχει τοπικό ελάχιστο με τιμή $f(3)$

Δ3.

$$\lim_{x \to 3} \frac{f'(x)}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} = \lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} = \frac{3^2 - 3 - 6}{\sqrt{3} - \sqrt{3}} = \frac{0}{0}$$

Είναι $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$

σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Άρα $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x+2)(x-3)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x+2)(x-3)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{x}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x+2)(x-3)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}{(x-3)}=\lim_{x\to 3}\left[(x+2)(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right]=5\cdot 2\sqrt{3}=10\sqrt{3}$$

<u>**Επιμέλεια**</u>
Μυλωνίδης Σ.
Τάνης Α.
Ηλιάδης Κ.
Σιβένα Σ.

σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ