

ΘΕΜΑ Α

A1

α) Ορισμός σχολικού βιβλίου σελ. 64

β)

i) $v_1 + v_2 + \dots + v_k = v$

ii) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

A2

α) Λ

β) Λ

γ) Σ

δ) Λ

A3

α) $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

β) $(\varepsilon\phi x)' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta\mu x dx = [-\sigma\upsilon\nu x]_{\alpha}^{\beta} = -\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha = \sigma\upsilon\nu\alpha - \sigma\upsilon\nu\beta$

ΘΕΜΑ Β

B1.

[,)	v_i	N_i	$f_i\%$	K_i	$K_i v_i$
[0,4)	3	3	6	2	6
[4,8)	7	10	14	6	42
[8,12)	10	20	20	10	100
[12,16)	20	40	40	14	280
[16,20)	10	50	20	18	180
Σύνολα	50	-	100	-	608

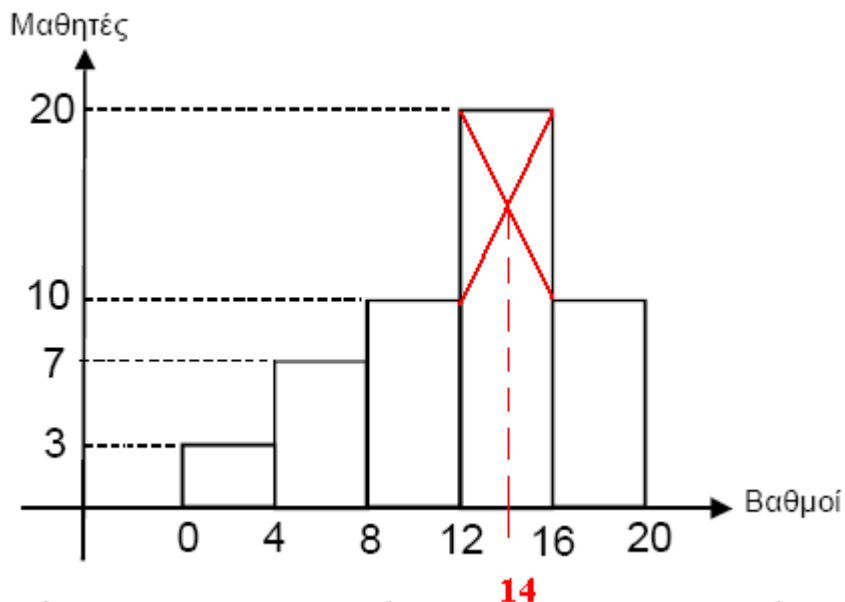
B2.

$$\bar{x} = \frac{\sum K_i v_i}{v} = \frac{608}{50} = \frac{1216}{100} = 12,16$$

B3.

Το ποσοστό των μαθητών που έχουν τουλάχιστον 12 είναι: $f_4\% + f_5\% = 40 + 20 = 60\%$

B4.



ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad x > 1$$

$$\Gamma 1. \quad f'(x) = \frac{(x+1)' \cdot (x-1) - (x+1)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{1 \cdot (x-1) - (x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$\Gamma 2. \quad \int_2^3 \frac{-2}{(x-1)^2} dx = \int_2^3 f'(x) dx = [f(x)]_2^3 = f(3) - f(2) = 2 - 3 = -1$$

$$f(3) = \frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f(2) = \frac{2+1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$$

Γ3. Έχουμε $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ και για κάθε $x > 1$ έχουμε $f'(x) < 0$ άρα f γνησίως φθίνουσα για κάθε $x > 1$.

Έχουμε επίσης $2010 < 2011 \stackrel{f \text{ γνησίως φθίνουσα}}{\Rightarrow} f(2010) > f(2011)$

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = x^2 + \alpha x + 5$$

$$\Delta 1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-3} = \frac{2+2}{2-3} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

Δ2.

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\text{Π.Ο.} = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 2x - 4 > 0 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2$$

	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
$f(x)$	↘		↗
		T.E.	

Στο διάστημα $(-\infty, 2]$ η f γνησίως φθίνουσα και στο $[2, +\infty)$ η f γνησίως αύξουσα.

Ακόμη στο σημείο $x_0 = 2$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο με τιμή

$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 4 - 8 + 5 = 1$$

Δ3. $f(x) = x^2 - 4x + 5$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4 < 0 \quad \text{οπότε το τριώνυμο έχει πρόσημο για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

ομόσημο του $a = 1 > 0$ δηλαδή $x^2 - 4x + 5 > 0 \Rightarrow f(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ4.

$$E = \int_0^2 |f(x)| dx \stackrel{f(x) > 0 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}}{=} \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (x^2 - 4x + 5) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \cancel{4}^2 \frac{x^2}{\cancel{2}} + 5x \right]_0^2 = \frac{2^3}{3} - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 0 =$$

$$= \frac{8}{3} - 8 + 10 = \frac{8}{3} + \frac{2}{1} = \frac{14}{3} \text{ τ.μ.}$$

Επιμέλεια :

Μυλωνίδης Σ.

Τάνης Σ.