

**Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής Εσπερινών Λυκείων**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

A. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.28

B.

α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Σ ε. Σ

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

$x_i$	$v_i$
1	1
3	2
5	1
7	4
Σύνολο	8

$$\alpha. \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 7 \cdot 4}{8} = \frac{1 + 6 + 5 + 28}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

$$\beta. \delta = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{5 + 7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\gamma. s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{(1-5)^2 \cdot 1 + (3-5)^2 \cdot 2 + (5-5)^2 \cdot 1 + (7-5)^2 \cdot 4}{8} = \frac{16 + 8 + 0 + 16}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}, \quad \text{πρέπει } x^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq -1 \text{ ισχύει. Άρα Π.Ο.} = \mathbb{R}$$

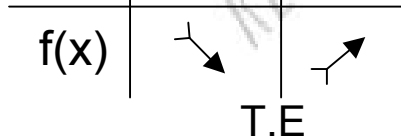
$$\alpha. f'(x) = \frac{(x^2)'(x^2 + 1) - x^2(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\beta. f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$f'(x) > 0 \Rightarrow \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} > 0 \stackrel{(x^2 + 1)^2 > 0}{\Rightarrow} 2x > 0 \Rightarrow x > 0$
$f'(x)$	-	0	+	

Στο  $(-\infty, 0]$  η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα

Στο  $[0, +\infty)$  η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα



γ. Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο  $x_0 = 0$  (που είναι και ολικό) με τιμή  $f(0) = 0$

δ. Η εξίσωση εφαπτομένης στο σημείο  $A(-1, f(-1))$  είναι  $y = \lambda x + \beta$

$$\lambda = f'(-1) = \frac{2 \cdot (-1)}{[(-1)^2 + 1]^2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

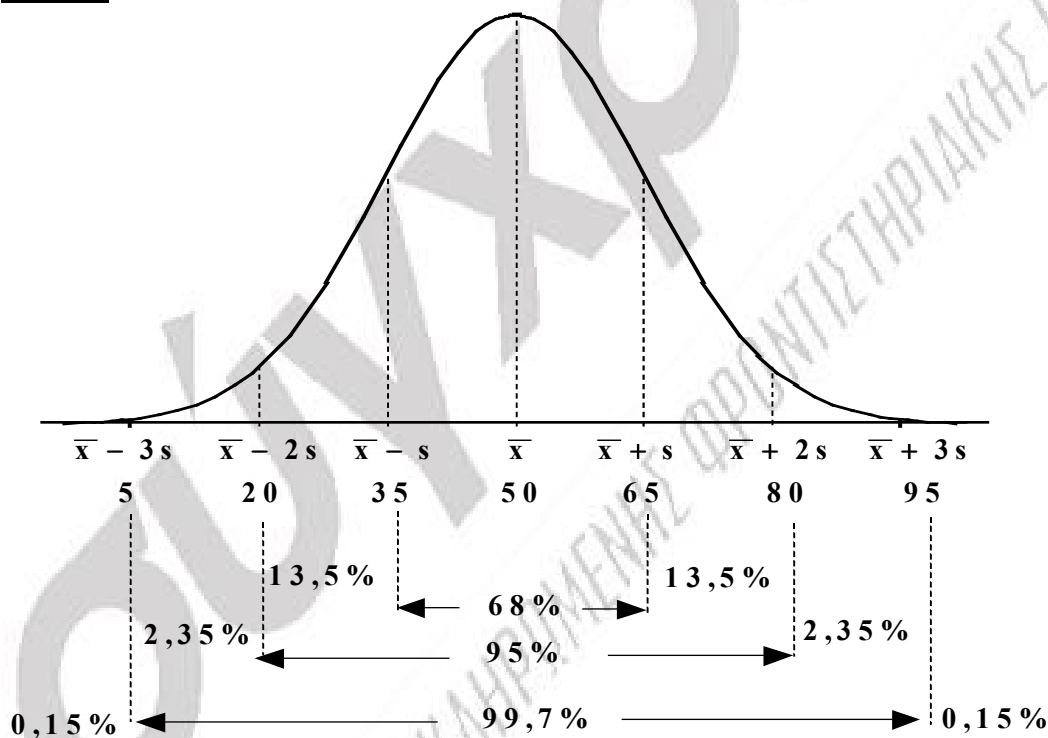
Επειδή  $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ . Οπότε η εξίσωση γίνεται  $y = -\frac{1}{2}x + \beta$

Είναι  $y = f(-1) = \frac{(-1)^2}{(-1)^2 + 1} = \frac{1}{2}$  και το σημείο  $A(-1, \frac{1}{2})$  είναι σημείο της εφαπτομένης οπότε

$$y = -\frac{1}{2}x + \beta \Rightarrow \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cdot (-1) + \beta \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \beta \Rightarrow \beta = 0$$

Άρα η εφαπτομένη είναι η  $y = -\frac{1}{2}x$

### Θέμα 4<sup>ο</sup>



α) Σε κανονική κατανομή  $\bar{x} = \delta = 50$

β)  $CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{15}{50} \cdot 100 = 30\% > 10\%$  δείγμα όχι ομοιογενές.

γ)  $v = 4000$

i) Από 35 έως 65 ετών είναι το 68% των κατοίκων άρα  $\frac{68}{100} \cdot 4000 = 2720$  κάτοικοι

ii) Από 5 έως 35 ετών είναι το 15,85% των κατοίκων άρα  $\frac{15,85}{100} \cdot 4000 = 634$  κάτοικοι.