ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι ΕΠΑ.Λ.

Θέμα 1ο

Α)

Σχολικό Βιβλίο σελίδα 134

Β)

α.→ Σ
β.→ Λ
γ.→ Λ
δ.→ Σ

Γ)

α. $(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

β. $(cf)'(x) = cf'(x)$

γ. $\int_a^\beta \frac{1}{x}dx = [\ln|x|]_a^\beta = \ln\beta - \ln a$

Θέμα 2ο

Α)

Βιβλία x_i	Μαθητές v_i	Σχετική Συχνότητα f_i %	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i v_i$
1	4	16	4	16	4
2	$v_2 = 6$	24	10	40	12
3	8	32	18	72	24
4	7	28	25	100	28
Αθροίσματα	25	100	-	-	68

Είναι $4 + v_2 + 8 + 7 = 25 \Rightarrow v_2 + 19 = 25 \Rightarrow v_2 = 25 - 19 \Rightarrow v_2 = 6$

Β)

Επειδή το πλήθος ν = 25 είναι περιττός αριθμός $\delta = x_{13} = 3$

Γ)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = \frac{68}{25} = 2{,}72$$

Δ)

Τουλάχιστον 2 βιβλία διάβασε το 24 + 32 + 28 = 84%

Θέμα 3

$f(x) = -x^2 + 6x + 8$

Α)

$f'(x) = -2x + 6$

Β)

Π.Ο. Α= $\Re$

$f'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow -2x = -6 \Rightarrow x = 3$

$f'(x) > 0 \Rightarrow -2x + 6 > 0 \Rightarrow -2x > -6 \Rightarrow x < 3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	
f(x)		↗		↘	
			Τ.Μ.		

Στο διάστημα $(-\infty,3]$ η f είναι γνησίως αύξουσα και στο διάστημα $[3,+\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Γ)

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_o = 3$ με τιμή $f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 + 8 = 17$

Δ)

$$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 \left(-x^2 + 6x + 8\right)dx = \left[\frac{-x^3}{3} + 6\frac{x^2}{2} + 8x\right]_0^3 = \left(\frac{-3^3}{3} + 6\frac{3^2}{2} + 8 \cdot 3\right) - 0 =$$

$$\frac{-27}{3} + 6\frac{9}{2} + 24 = -9 + 27 + 24 = 42$$

Θέμα 4ο

$f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$

Α)

$$a = \lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{x+1} = \frac{(-1)^2+3(-1)+2}{-1+1} = \frac{0}{0}$$

Είναι

$$\Delta = 3^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = 9-8 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-3\pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{-2}{2} = -1,\ x_2 = \frac{-4}{2} = -2$$

οπότε το όριο μετασχηματίζεται σε

$$a = \lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x+2)}{x+1} = \lim_{x\to -1}(x+2) = -1+2 = 1$$

Β)

Για α = 1 είναι: $f(x) = x^3 + 4x + 2e^x$

α.

$f'(x) = 3x^2 + 4 + 2e^x$

β.

Είναι:

$3x^2 \geq 0$

$4 > 0$

$2e^x > 0 \quad \oplus$

$3x^2 + 4 + 2e^x > 0 \Rightarrow f'(x) > 0$ *για κάθε* $x \in \Re$, *άρα η* f *είναι γν.αύξουσα στο* $\Re$

γ.

$E = \int_2^4 |f(x)|dx$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Για } x = 2, \text{ είναι } f(2) = 2^3 + 4\cdot 2 + 2e^2 = 8+8+2e^2 = 16+2e^2 > 0 \\ \text{Επειδή η } f \text{ είναι γνησίως αύξουσα} \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) > 0, \text{ για κάθε } x \geq 2$$

Οπότε:

$$E = \int_2^4 f(x)dx = \int_2^4 (x^3 + 4x + 2e^x)dx = \left[\frac{x^4}{4} + 4\frac{x^2}{2} + 2e^x\right]_2^4 =$$

$$\left(\frac{4^4}{4} + 4\frac{4^2}{2} + 2e^4\right) - \left(\frac{2^4}{4} + 4\frac{2^2}{2} + 2e^2\right) = 4^3 + 4\frac{16}{2} + 2e^4 - \frac{16}{4} - 4\frac{4}{2} - 2e^2 =$$

$$= 64 + 32 + 2e^4 - 4 - 8 - 2e^2 = 96 - 12 + 2e^4 - 2e^2 = 84 + 2e^4 - 2e^2 \ \ \tau.\mu.$$